2. ЭМАНИРОВАНИЕ ЗА СЧЁТ ЭФФЕКТА ОТДАЧИ

2.1 Эманирование за счёт отдачи отдельных зёрен простой геометрической формы

Благодаря энергии, выделяющейся при распаде радиоактивного ядра, дочерний изотоп приобретает импульс отдачи и в результате смещается на расстояние, равное пробегу атома отдачи в среде. За счет эффекта отдачи в атмосферу, окружающую образец выделяются атомы эманации, образовавшиеся в приповерхностном слое толщиной меньшей R, где R - пробег атомов отдачи в веществе. Для расчета скорости выделения радона за счет отдачи обычно из геометрических соображений вычисляют вероятность выхода атома инертного газа из зерна и интегрируют по поверхностному слою. Остановимся на некоторых примерах.

2.1.1 Эманирование сферы

Сфера, МХ, Ц1. [7]. Рассмотрим цепочку радий-радон, причём радий равномерно распределён по объёму сферы. Пусть C_1, λ_1 и C_2, λ_2: - концентрация и постоянная распада радия и радона соответственно, r_0 - радиус зерна и R - пробег отдачи атомов радона. При низких температурах (диффузия радона по зерну отсутствует), распределение концентрации радона по толщине зерна сферической формы, равномерно меченного радием, определяется решением дифференциального уравнения:

$$\frac{\partial C_2}{\partial t} = \lambda_1 C_1 [1 - q(r)] - \lambda_2 C_2 \qquad (4)$$

где q(r) - вероятность вылета, из зерна за счет эффекта отдачи атома эманации, образовавшегося в точке с координатой r.

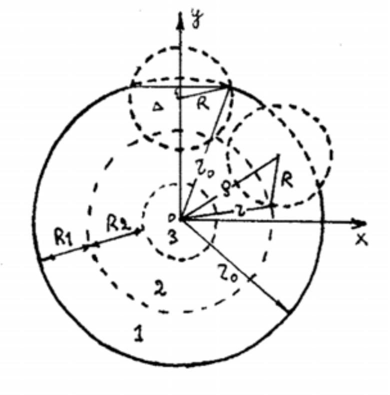


Рис. 1. Модель сферического зерна в эманационном методе (r_0 - радиус зерна, R_1 - пробег ^{224}Ra, R_2 -пробег ^{220}Rn (В первом приближении $R_1 = R_2 = R$)

Из геометрических соображений очевидно (см. **Рис.1**), что q(r) равна отношению поверхности шарового сегмента с высотой R-Δ к общей поверхности сферы радиуса R:

$$q(r) = \frac{2\pi(R-\Delta)R}{4\pi R^2} = \frac{R-\Delta}{2R} \qquad (5)$$

где $\Delta = \dfrac{r_0^2 - R^2 - r^2}{2r}$.

Таким образом, в приповерхностном слое зерна (слой 1), $r_0 - R \le r \le r_0$:

$$q(r) = \frac{2Rr - (r_0^2 - R^2) + r^2}{4Rr} \qquad (6a)$$

в объеме зерна (слой №2):

$$q(r) = 0 \qquad (6б)$$

Решение уравнения (4):

$$C_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} C_1^0 [1 - q(r)] \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right) + C_2^0 e^{-\lambda_2 t} \qquad (7)$$

где C_2^0 - начальная концентрация эманации.

При достаточно большом t член exp($-\lambda_2$t) делается пренебрежимо малым по сравнению с exp($-\lambda_1$t), слагаемым C_2^0exp($-\lambda_2$t) также можно пренебречь. Тогда

$$C_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} [1 - q(r)] C_1^0 e^{-\lambda_1 t}$$

и так как $C_1^0 e^{-\lambda_1 t} = C_1$ и $\lambda_2 >> \lambda_1$, то

$$C_2(r) = \frac{\lambda_1 C_1}{\lambda_2} [1 - q(r)] C_1^0 e^{-\lambda_1 t} \qquad (8)$$

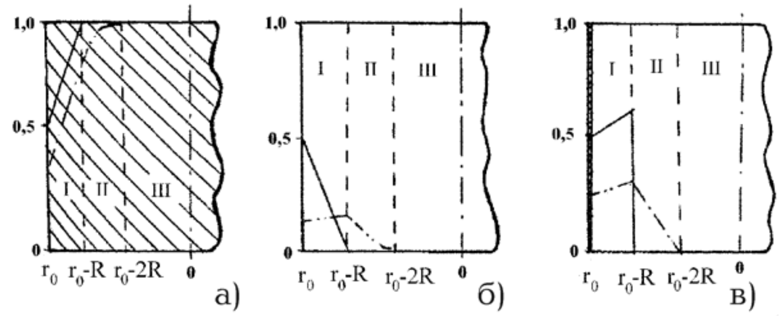
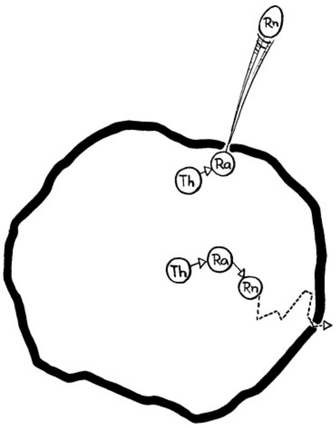


Рис. 2. Распределение концентраций генетически связанных изотопов в различных вариантах эманационного метода.
а) Сфера, метод Хана, МХ (равномерное распределение МИ), цепочка Th-Ra-Tn
б) Сфера, метод Линднера, МЛ, (введение радия в приповерхностный слой зерна за счет эффекта отдачи).
в) Сфера, метод пропитки, МП,
заштрихованная область - Th
сплошная линия - Ra
штрихпунктир – Tn



В процессе эманирования участвуют два процесса отдачи: торий-радий и радий-радон, и один процесс диффузии – миграция радона. Обычно полагают, что диффузии материнских изотопов эманации не происходит, судьба дочерних продуктов распада эманации также никого не волнует.

Распределение концентрации радона по радиусу сферы (**рис.2**):

$$C_2(r) = \frac{\lambda_1 C_1}{\lambda_2}\left\{\frac{1}{2} + \frac{r_0^2 - R^2}{4Rr} - \frac{1}{4}\frac{r}{R}\right\};\ C_2(r) = \frac{\lambda_1 C_1}{\lambda_2};\ 0 \le r \le r_0 - R \qquad (9)$$

Общее число атомов эманации, образующихся в зерне в единицу времени

$$G_R = \frac{4}{3}\pi r_0^3 C_1 \lambda_1 \qquad (10)$$

Общее число атомов эманации, выделяющихся из зерна в единицу времени

$$J_R = C_1 \lambda_1 4\pi \int_{r_0 - R}^{r_0} q(r) r^2 dr \qquad (11)$$

Эманирующая способность за счет отдачи E_R (**рис. 3**)

$$E_R = \frac{J_R}{G_R} = \frac{3}{4}\frac{R}{r_0} - \frac{1}{16}\left(\frac{R}{r_0}\right)^3 \qquad (12)$$

При $R \ll r_0$:

$$E_R = \frac{3}{4}\frac{R}{r_0} \qquad (12а)$$

при $R \ll r_0$.

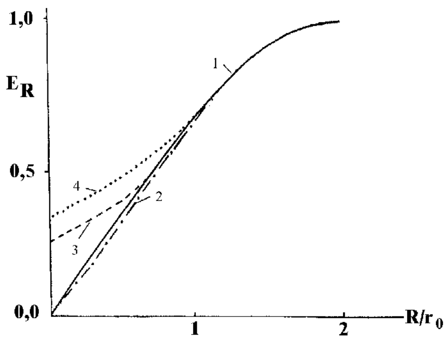


Рис. 3. Зависимость эманирующей способности за счёт отдачи сферического зерна от радиуса зерна, r_0, и пробега атомов отдачи, R
1 - метод Гана, цепочка Ra-Rn
2 - метод Гана, цепочка Th-Ra-Tn
3 - метод пропитки
4 - метод Линднера

<u>Сфера МХ, Ц2.</u> Рассмотрим теперь случай равномерного распределения тория-228-радия-224 и наличия двойной отдачи (радия и торона). Пусть C_0 и λ_0 концентраций и постоянная распада тория. R_1 и R_2 - пробег отдачи радия и радона в веществе (в первом приближении $R_1 \approx R_2 = R$).

Распределение радия (**рис.2а**) описывается формулой (3), переписанной в виде:

$$C_1(r) = \frac{\lambda_0 C_0}{\lambda_1}\left\{\frac{1}{2} + \frac{r_0^2 - R^2}{4Rr} - \frac{1}{4}\frac{r}{R}\right\};\ r_0 - R \le r \le r_0.$$

$$C_2(r) = \frac{\lambda_0 C_0}{\lambda_1};\ 0 \le r \le r_0 - R \qquad (13)$$

Распределение радона определяется выражением:

$$C_2(r) = \frac{\lambda_0}{\lambda_2 r^2}\int\limits_{\alpha_1}^{\alpha_2}\rho^2 C_1(\rho)P_{\rho r}d\rho \qquad (14)$$

где $P_{\rho r}$ - вероятность пролета радия и радона из точки с координатой ρ в точку с координатой r (**Рис.1**) ($P_{\rho r}$ - функция размытия концентрации за счет эффекта отдачи, определяется как сегмент сферы радиуса R, отсеченный сферой радиуса r). Из геометрических соображений очевидно, что

$$P_{\rho r} = \frac{r}{2R\rho} \qquad (15)$$

Параметры α_1 и α_2 определяются условиями на границе раздела областей (**Рис.2**). Подставив (15) в (14), получим:

$$C_2(r) = \frac{\lambda_0}{2\lambda_1 Rr}\int\limits_{\alpha_1}^{\alpha_2}C(\xi)d\xi \qquad (16)$$

Область 1, $r_0-R \le r \le r_0$:

$$C_2 = \frac{1}{2} + \frac{6r_0^2 - 2r_0R - 7R^2}{24Rr} - \frac{r}{4R} \qquad (17а)$$

Область 2, $r_0-2R \le r \le r_0-R$:

$$C_2 = \frac{\lambda_0 C_0}{\lambda_2}\left\{\frac{1}{2} + \frac{r_0^2}{8R^2} - \frac{r}{4R} - \frac{r^2}{24R^2} + \frac{6Rr_0^2 - 8R^3 - 2r_0^3}{24R^2 r}\right\} \qquad (17б)$$

Область 3, $0 \le r \le r_0-2R$:

$$C_2 = \frac{\lambda_0 C_0}{\lambda_2} \qquad (17в)$$

Поток атомов радона из зерна;

$$J = 4\pi\lambda_0\int\limits_{r_0-R}^{r_0}q(r)C_1(r)r^2dr \qquad (18)$$

С учетом уравнений (6а) и (13) имеем [4]:

$$J = \frac{4}{3}\lambda_0 C_0\pi r_0^3\left(\frac{R}{2r_0} - \frac{3R^2}{16r_0^3} - \frac{R^3}{10r_0^3}\right) \qquad (19)$$

$$G = 4\pi\lambda_0 C_0\int\limits_0^{r_0-R}r^2dr + 4\pi\lambda_0 C_0\int\limits_{r_0-R}^{r_0}\frac{2Rr + r_0^2 - R^2 - r^2}{4Rr} = \frac{4\pi}{3}r_0^3\left(1 - \frac{3R}{4r_0} + \frac{R^3}{16r_0^3}\right)$$

Откуда эманирующая способность (**Рис. 3**)

$$E_R = \frac{\dfrac{R}{2r_0} - \dfrac{3R^2}{16r_0^2} - \dfrac{R^3}{10r_0^3}}{1 - \dfrac{3R}{4r_0} + \dfrac{R^3}{16r_0^3}} \approx \frac{R}{2r_0} \qquad (20)$$

<u>Сфера, МЛ, Ц2</u>. При выдерживании образца в растворе тория-радия (толщина слоя раствора больше пробега атомов отдачи радона в воде - бесконечно толстый источник эманации), в твердое тело способны попасть атомы отдачи, родившиеся в приповерхностном слое раствора толщиной R*, где R* - пробег атомов отдачи в растворе. В результате в образце радий концентрируется в слое толщиной R_1, радон - в слое толщиной R_1+R_2 (**рис. 2б**).

Доля атомов отдачи от общего числа атомов, испущенных объёмом V источника, проходящих через единицу площади поверхности сферы:

$$B = Q\int\limits_V \frac{\cos\varphi}{4\pi r^{*2}}dv$$

где r* - расстояние, отсчитываемое в растворе, Q – число атомов в единице объёма источника,
Область V, из которой атомы отдачи могут достигнуть поверхность сферы:
$0 \le \varphi \le \overline{\varphi}; \quad r_1 \le r^* \le r_1 + r_2$

Здесь $r_1 = \sqrt{r_0^2 - r^2\sin\varphi} - r\cos\varphi; \quad r_2 = R^*\left(1 - \frac{r_1}{R}\right); \quad \cos\overline{\varphi} = \frac{r_0^2 - R^2 - r^2}{2Rr}$.

Распределение атомов отдачи в сфере после окончания мечения:

$$f(r) = r^2\frac{(r^2B)}{\partial r}$$

Распределение радия в приповерхностном слое сферического зерна:
Область 1, r_0-R≤r≤r_0:

$$C_1 = \frac{R^*}{4R^2}\left\{\frac{R^2 - r_0^2}{r} + 2R + r\right\}\frac{C_0\lambda_0}{\lambda_1} \qquad (21а)$$

Будем полагать, что R*=R, тогда

$$C_1 = \frac{\lambda_0 C_0}{\lambda_1}\left[2Rr - \left(r_0^2 - R^2\right) + r^2\right] \qquad (21б)$$

Области 2 и 3:

$$C_1 = 0 \qquad (22)$$

Распределение концентрации радона по срезу образца (**Рис.2б**):
Область 1, r_0-R≤r≤r_0:

$$C_2 = \frac{\lambda_0 C_0}{8\lambda_2 r}\left(r_0 + \frac{R}{3}\right) \qquad (23а)$$

Область 2, r_0-2R≤r≤r_0-R:

$$C_2 = \frac{\lambda_0 C_0}{24\lambda_2 R^2 r}\left\{r^3 + 6Rr^2 - 3\left(r_0^2 - 4R^2\right)r + \left(8R^3 - 6r_0^2 R + 2r_0^3\right)\right\} \qquad (23б)$$

Область 3, 0≤r≤r_0-2R:

$$C_2 = 0 \qquad (23в)$$

Поток атомов отдали и скорость образования эманации:

$$J_R = \frac{\pi C_0 \lambda_0}{4}\left(\frac{4}{3}Rr_0^2 + R^2 r_0 + \frac{R^3}{5}\right)$$

$$G = C_0\lambda_0\pi\left\{Rr_0^2 - \frac{R^3}{12}\right\}$$

Эманирующая способность (**Рис.3**)

$$E_R = \frac{\frac{1}{3} + \frac{R}{4r_0} + \frac{1}{20}\left(\frac{R}{r_0}\right)^2}{1 - \frac{1}{12}\left(\frac{R}{r_0}\right)} \approx \frac{1}{3} + \frac{R}{4r_0} \qquad (24)$$

<u>Сфера, МП, Ц2.</u> Пусть C_0 (атом/см^2) - распределение тория по поверхности зерна (тонкий слой толщиной Δr_0). Тогда $r_2 = \frac{r_0\Delta r_0}{\sqrt{r_0^2 - r^2\sin^2\varphi}}$ и распределение радия, возникающее за счет отдачи (**Рис. 2**):

Область 1, r_0-R≤r≤r_0

$$C_1 = \frac{\lambda_0 C_0}{\lambda_2}\frac{r_0}{r}$$

Области 2 и 3, 0≤r≤r_0-R

C_1=0

Распределение радона (**рис.2в**):

Область 1, r_0-R≤r≤r_0

$$C_2 = \frac{\lambda_0 C_0}{\lambda_2 r}\frac{r_0^2}{4R^2}$$

Область 2, r_0-2R≤r≤r_0-2R

$$C_2 = \frac{\lambda_0 C_0 r_0\left(r - r_0 + 2R\right)}{4\lambda_1 R^2 r}$$

Область 3, 0≤r≤r_0-R

C_2=0

Скорости выделения и образования эманации:

$$J = \frac{\lambda_0 C_0 r_0}{2}\left(r_0 + \frac{R}{3}\right)$$

$$G = \lambda_0 C_0\left(2Rr_0 - R^2\right)$$

Эманирующая способность сферического зерна за счет отдачи при введении материнского изотопа эманации методом пропитки
(**Рис.3**):

$$E_R = \frac{1+\dfrac{R}{3r_0}}{4\left(1-\dfrac{R}{2r_0}\right)} \approx \frac{1}{4} \qquad (25)$$

2.1.2 Эманирование пластины

Пластина, МХ, Ц1. В случае пластины, равномерно меченной радием, вероятность попадания атома отдачи, вылетающего из точки с координатой ξ в точку с координатой x (функция размытия):

$$P_{x,\xi} = \frac{1}{2R} \qquad (26)$$

Используя рассмотренную выше методику, получим для эманирующей способности пластины толщиной H≥2R:

$$E_R = \frac{R}{2H} \qquad (27)$$

Пластина, МХ, равномерное распределение радия, Ц2. Пусть торий-228 равномерно распределён по объему пластины (H≥ 2R) и $R_1=R_2=R$.

Распределение радия:

$$C_{Ra}(x) = \begin{cases} \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_1}\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{x}{2R}\right); \quad 0 \le x \le R \\ \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_1}; \quad R \le x \le H-R \\ \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_1}\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{x}{2R}\right); \quad H-R \le x \le H \end{cases} \qquad (28)$$

Распределение радона:

$$C_{Rn}(x) = \begin{cases} \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_2}\dfrac{1}{2R}\left(\int\limits_0^R\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{\xi}{2R}\right)d\xi + \dfrac{1}{2R}\int\limits_R^{x+R} d\xi\right) = \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_2}\left(\dfrac{3}{8}+\dfrac{x}{2R}\right); \quad 0 \le x \le x; \\ \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_2}\dfrac{1}{2R}\left(\int\limits_{x-R}^R\left(\dfrac{R+\xi}{2R}\right)d\xi + \dfrac{1}{2R}\int\limits_R^{x+R} d\xi\right) = \left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{x}{2R}-\dfrac{x^2}{8R^2}\right); \quad R \le x \le 2R; \\ \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_2}\int\limits_{x-R}^{x+R} dx = \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_2}; \quad 2R \le x \le H-2R \\ \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_2}\dfrac{1}{2R}\left(\int\limits_{x-R}^{H-2R}\left(\dfrac{1}{2}\right)d\xi + \dfrac{1}{2R}\int\limits_{H-2R}^{H-R}\dfrac{1}{2}d\xi + \int\limits_{H-R}^{x+R}\dfrac{(H+R-\xi)d\xi}{2R}\right) = \\ = \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_2}\left(1+\dfrac{H-x}{R}-\dfrac{(H-x)^2}{4R^2}\right); \quad H-2R \le x \le H-R; \\ \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_2}\dfrac{R}{2}\int\limits_{x-R}^{H-R} d\xi + \dfrac{1}{2R}\int\limits_{H-R}^{H} C_1(\xi)d\xi = \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_2}\left(\dfrac{H-x}{2R}+\dfrac{3}{8}\right); \quad H-R \le x \le H. \end{cases} \qquad (29)$$

Потоки радона за счёт отдачи с обеих поверхностей пластины:

$$J_{R,0} = J_{R,H} = \int\limits_{H-R}^{H} \lambda_1 C_1(\xi)d\xi = \lambda_0 C_0 \int\limits_{H-R}^{H} \frac{R+H-x}{2R}\frac{R+x-H}{2R}dx = \frac{\lambda_0 C_0 R}{6} \qquad (30)$$

Скорость генерации радона: $G = \lambda_0 C_0\left(H-\dfrac{R}{2}\right)$

Эманирующая способность пластины за счёт отдачи:

$$E_R = \frac{R}{3\left(H-\dfrac{R}{H}\right)} \approx \frac{R}{3H} \qquad (31)$$

В более общем случае $R_1 \ne R_2$ ($R_1<R_2$, $R_2=1{,}07R_1$).

Тогда распределение радона:

$$C_2(x)=\begin{cases}\frac{1}{2R_2}\int_0^{R_1}\left(\frac{1}{2}+\frac{\xi}{2R_1}\right)d\xi+\frac{1}{2R_2}\int_{R_1}^{x+R_2}d\xi=\frac{1}{2}-\frac{1}{8}\frac{R_1}{R_2}+\frac{x}{2R_2}; \quad 0\le x\le R_1\\ \frac{1}{2R_2}\int_{x-R_2}^{R_1}\frac{R_1+\xi}{2R_1}d\xi+\frac{1}{2R_2}\int_{R_1}^{x+R_2}d\xi=\frac{3}{4}-\frac{1}{4}\frac{R_1}{R_2}+\frac{x}{8R_1}+\frac{3x}{8R_2}-\frac{x^2}{8R_1R_2}; \quad R_1\le x\le R_1+R_2\end{cases} \quad (32)$$

и т.п.

$$E_R(R_1,R_2)=\frac{6R_2^2-3R_1R_2+R_1^2}{6R_2(2H-R_1)} \quad (29)$$

В нашем конкретном случае R_2=1,07R_1 и H=10R_1, H=10R_1.

Для тонкой пластинки H<2R, $C_2=\frac{H^2}{4R^2}$, поток

$$J_R=\lambda_0C_0\int_0^H C_1(\xi)q(\xi)d\xi=\frac{\lambda_0C_0}{2R}\int_0^H\frac{1}{2}\left(1-\frac{\xi}{R}\right)d\xi=\frac{\lambda_0C_0H^2}{4R}\left(1-\frac{H}{2R}\right) \quad (33)$$

$$G=\frac{H}{2R}\int_0^H d\xi=\lambda_0C_0\frac{H^2}{2R} \quad (34)$$

Эманирующая способность (для случая $R_1=R_2=R$):

$$E_R=1-\frac{H}{2R} \quad (35)$$

Дать рисунки.

Пластина: МЛ, Ц2. При введении МИ в пластину за счет энергии отдачи из Th-Ra раствора, распределение радия в приповерхностном слое и в объёме материала:

$$C_1=\begin{cases}\frac{\lambda_0C_0}{\lambda_1 2R_1}\int_{x-R}^{0}d\xi=\frac{\lambda_0C_0}{\lambda_1}\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{2R}\right); \quad 0\le x\le R\\ 0; \quad R\le x\le H-R\end{cases} \quad (36)$$

Распределение радона:

$$C_2=\begin{cases}\frac{\lambda_0C_0}{\lambda_2 2R}\int_0^R\frac{(R-\xi)d\xi}{2R}=\frac{\lambda_0C_0}{8\lambda_2}, \quad \textit{не зависит от } x; \quad 0\le x\le R\\ \frac{\lambda_0C_0}{\lambda_2 2R}\int_{x-R}^{R}\frac{(R-\xi)d\xi}{2R}=\frac{\lambda_0C_0}{\lambda_2}\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{2R}+\frac{x^2}{8R^2}\right), \quad R\le x\le 2R\end{cases} \quad (37)$$

Поток:

$$J=C_0\lambda_0\int_0^R\left(\frac{1}{2}-\frac{\xi}{2R}\right)\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2R}\right)d\xi=\frac{\lambda_0C_0R}{12R} \quad (38)$$

$$G=\frac{C_0\lambda_0}{2R}\int_0^R(R-\xi)d\xi=\frac{C_0\lambda_0}{4}R \quad (39)$$

Эманирующая способность за счет отдачи $E_R=\frac{1}{3}$.

Если $R_1\ne R_2\ne R^*$, то

$$C_{Ra}=\frac{1}{2R_1}\int_{x-R^*}^{0}d\xi=\frac{1}{2}\frac{R^*}{R_1}-\frac{1}{2R_1} \quad (40)$$

Распределение радона:

$$C_2=\begin{cases}\frac{C_0\lambda_0}{\lambda_2}\frac{1}{2R_2}\int_0^{R_1}\frac{R^*-\xi}{2R_1}d\xi=\frac{C_0\lambda_0}{4R_2}\left(R^*-\frac{R_1}{2}\right); \quad 0\le x\le R\\ \frac{C_0\lambda_0}{\lambda_2}\frac{1}{R_2}\int_{x-R_2}^{R_1}\left(\frac{R^*-\xi}{2R_1}\right)d\xi=\frac{1}{4R_1R_2}\left\{R^*(R_1+R_2)-(R_1+R_2)+\frac{x^2}{2}-\frac{R_2^*-R_1^2}{2}\right\}; \quad 2R\le x\le H-R\end{cases} \quad (41)$$

Эманирующая способность за счёт отдачи:

$$E_R=\frac{6R^*R_2-3R_1R_2-3R_1R^*+2R_1^2}{6R_1R_2(2R^*-R_1)} \quad (42)$$

<u>Пластина МП, Ц2.</u> Если торий-228 равномерно распределён в приповерхностном слое толщиной $d \le R$, то

$$\text{распределение радия:}\; C_1(x) = \begin{cases} \dfrac{d}{2R}\dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_1}, & \textit{не зависит от } x, \quad 0 \le x \le d \\ \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_1}\dfrac{d-x+R}{2R}; & d \le x \le d+R \\ 0; & d+R \le x \le H-d-R \\ \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_1}\dfrac{x+R-H+d}{2R}; & H-d-R \le x \le H-d \\ \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_1}\dfrac{d}{2R} & \end{cases} \qquad (43)$$

Распределение радона:

$$C_2(x) = \begin{cases} \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_2}\left(\dfrac{1}{2R}\displaystyle\int_0^d \dfrac{d}{2R}d\xi + \dfrac{1}{2R}\displaystyle\int_d^{x+R}\dfrac{d+R-\xi}{2R}d\xi\right) = \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_2 4R^2}\left(dx + \dfrac{R^2}{2} - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{d^2}{2}\right); & 0 \le x \le d \\ \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_2}\dfrac{1}{2R}\displaystyle\int_{d-R}^{d}\dfrac{d}{2R}d\xi + \displaystyle\int_d^{d+R}\dfrac{d-\xi+R}{4R^2}d\xi = \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_2}\left(\dfrac{1}{8} + \dfrac{d(d-x+R)}{4R^2}\right); & d \le x \le d+R \\ \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_2}\displaystyle\int_{x-R}^{d+R}\dfrac{d-\xi+R}{4R^2}d\xi = \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_2 4R^2}\left(\dfrac{d^2}{2} + 2Rd - dx - 2Rx + 2R^2 + \dfrac{x^2}{2}\right); & d+R \le x \le d+2R \end{cases} \qquad (44)$$

Поток:

$$J = \lambda_0 C_0 \left(\int_0^d \frac{d}{2R}\frac{1}{2}\left(1-\frac{x}{R}\right)d\xi + \int_d^R \frac{d+R-\xi}{2R}\frac{1}{2}\frac{R-\xi}{R}d\xi\right) = \frac{1}{4R}\left(d^2 - \frac{4}{3}\frac{d^3}{R} + \frac{Rd}{2} + \frac{R^2}{3}\right) \qquad (45)$$

$$G = \int_0^d \frac{d}{2R}d\xi + \int_d^{d+R}\frac{d+R-\xi}{2R}d\xi = \frac{d^2}{2R} + \frac{R}{4} \qquad (46)$$

Эманирующая способность:

$$E_R = \frac{2+3y+6y^2-8y^3}{6\left(1+2y^2\right)} \approx \frac{1}{3} + \frac{d}{2R}, \text{ где } y = \frac{d}{R} \qquad (47)$$

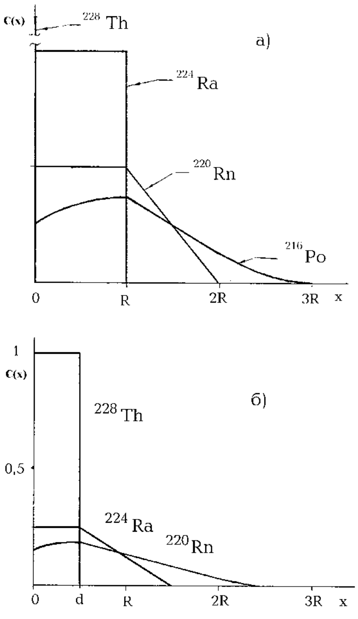
Проверить!

<u>Пластина МП, Ц2.</u> Если торий-228 сконцентрирован на поверхности пластины (d→0) и радий забивается в нее за счет эффекта отдачи, то его распределение:

$$C_1 = \frac{\lambda_0 C_0}{\lambda_1}\frac{1}{2R};\; 0<x<R_{Ra} \qquad (48)$$

Распределение концентрация радона:

$$C_2 = \begin{cases} \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_2}\dfrac{1}{2R}\displaystyle\int_0^R \dfrac{1}{2R}d\xi = \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_2}\dfrac{1}{4R}; & 0 \le x \le R_{Rn} \\ \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_2}\dfrac{1}{2R}\displaystyle\int_{x-R}^{R}\dfrac{1}{2R}d\xi = \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_2}\dfrac{1}{2R}\left(1-\dfrac{x}{2R}\right); & R_{Ra} < x < R_{Ra} + R_{Rn} \end{cases} \qquad (49)$$



$$J = \frac{\lambda_0 C_0}{2R}\int_0^R \frac{R-\xi}{2R}d\xi = \frac{\lambda_0 C_0}{8}; \quad G = \frac{\lambda_0 C_0}{2} \qquad (50)$$

Эманирующая способность такой пластины: $E_R = \dfrac{1}{4}$. В случае неравенства пробегов:

$$E_R = \frac{1}{2} - \frac{R_1}{4R_2} \qquad (51)$$

Некоторые типичные концентрационные профили радона, возникающие при различных способах введения МИ эманации представлены на **Рис. 4.**

Рис.4. Концентрационные профили радионуклидов, возникающие при разных способах мечения образца в эманационном методе.
А) Торий-228 адсорбирован на поверхности пластины;
Б) Торий равномерно метит приповерхностный слой толщиной d

Привести в соответствие с формулами – где начало координат?

Аналогичным способом можно получить и другие формулы для эманирования за счет отдачи. Некоторые из них приведены в **Табл.1**.

Замечание. Попытаемся вывести формулы для концентрационных профилей, возникающие после отдачи любого ряда генетически связанных радионуклидов.

Рассмотрим ряд: $A_1 \to A_2 \to \ldots A_i \to \ldots A_n$. Пробеги у всех разные, но для начала мы будем считать их одинаковыми.

В бесконечной среде для i+1-го изотопа в точке x имеем:

$$C_{i+1}(x) = \int_{x-R}^{x+R} P_{x,\xi} C_i(\xi) d\xi , \qquad (52)$$

где для атома отдачи $P_{x,\xi} = \frac{1}{2R}$, а для остальных надо искать, особенно, если пробеги разные.

Конкретно для ториевой цепочки и метода пропитки пластины:

1) **Торий-228** находится на поверхности пластины H>>R в виде δ-функции (бесконечно тонкого слоя). Мощность источника $A=\lambda_1 C_1$, причём размерность C_1 [атом·см$^{-2}$].

2) **Радий-224** оказывается в слое $0 \le x \le R$, его объёмная концентрация

$$C_2 = \frac{A}{\lambda_2}\frac{1}{2R} \text{ [атом·см}^{-3}\text{].} \quad (53)$$

3) **Радон-220** располагается уже в трёх слоях:

I. $0 \le x \le R$; $C = \frac{A}{\lambda_3 2R}\int_0^R \frac{1}{2R} d\xi = \frac{A}{\lambda_3}\frac{1}{4R}$ (54а)

II. $R \le x \le 2R$; $C = \frac{A}{\lambda_3 2R}\int_{x-R}^{R} \frac{1}{2R} d\xi = \frac{A}{\lambda_3}\frac{2R-x}{4R^2}$ (54б)

III. $2R \le x \le \infty$; $C = 0$.

4) **Полоний-216** располагается в четырёх слоях:

I. $0 \le x \le R$; $C = \frac{A}{\lambda_4 2R}\left(\int_0^R \frac{1}{2R}\frac{1}{2} d\xi + \int_R^{x+R} \frac{2R-\xi}{2R2R} d\xi\right) = \frac{A}{\lambda_4}\frac{R^2 + Rx - \frac{x^2}{2}}{4R^2}$ (55а)

II. $R \le x \le 2R$; $C = \frac{A}{\lambda_4 2R}\left(\int_{x-R}^{R} \frac{1}{2R}\frac{1}{2} d\xi + \int_R^{2R} \frac{1}{2R}\frac{R-\xi}{2R} d\xi\right) = \frac{A}{\lambda_4}\frac{2R-x}{8R^2}$ (55б)

III. $2R \le x \le 3R$; $C = \frac{A}{\lambda_4 2R}\int_{x-R}^{2R} \frac{2R-\xi}{4R^2} d\xi = \frac{A}{\lambda_4}\frac{2R^2 - 6Rx + x^2}{16R^3}$ (55в)

IV. $3R \le x \le \infty$; $C = 0$ (55г)

Поток атомов отдачи из образца с одной из сторон пластины:

$$J = \int_0^R q(\xi) C(\xi) d\xi , \qquad (56)$$

где $q(\xi) = \frac{2\pi R(R-x)}{4\pi R^2} = \frac{R-x}{2R}$

Скорость образования эманации: $G = \int_0^R C(\xi) d\xi$ (57)

Эманирующая способность: $E = \frac{J}{G}$ (58)

Пример: для радона $J_{Rn} = \frac{A}{2R}\int_0^R \frac{1}{2}\frac{R-\xi}{2R} d\xi = \frac{A}{16R}$.

Чем больше пробег, тем меньше поток атомов отдачи из пластины (атомы отдачи замуровываются в глубине материала).

Если $R_2 \ne R_3$, причём $R_3 > R_2$ (это важно, т.к. если $R_3 < R_2$, то интегралы надо брать от $x-R_3$), то

$$C_2 = \frac{A}{\lambda_2}\frac{1}{2R_2} \qquad (59)$$

I. $C_3 = \frac{A}{\lambda_3}\frac{1}{4R_3}$ (60а)

II. $C_3 = \frac{A}{\lambda_3}\frac{R_2 + R_3 - x}{4R_2R_3}$ (60б)

$$J_3 = \frac{A}{2R_2}\int_0^{R_2}\frac{R_3 - \xi}{2R_3}d\xi = \frac{A}{4R_3}\left(R_3 - \frac{R_3}{2}\right) \qquad (61)$$

$$G = \frac{A}{2} \qquad (62)$$

$$E_3 = \frac{1}{2} - \frac{R_2}{4R_3} \qquad (63)$$

Пусть теперь торий-228 сосредоточен в приповерхностном слое толщиной d, R_1=R_2=R_3=R.

1) Торий $0 \le x \le d; \quad C_1 = \frac{A}{\lambda_1}[атом \cdot см^{-3}] - гомогенное \quad распределение, A = \lambda_1 C_1$

2) Радий

I. $0 \le x \le d; \quad C_2 = \frac{A}{\lambda_2}\frac{d}{2R}$ (64а)

II. $d \le x \le d + R; \quad C_2 = \frac{A}{\lambda_2}\int_{x-R}^{d}\frac{1}{2R}d\xi = \frac{A}{\lambda_2}\frac{d - x + R}{2R}$ (64б)

III. $d + R \le x \le \infty; \quad C_2 = 0$ (64в)

$$J_2 = A\int_0^d \frac{R - \xi}{2R}d\xi = A\frac{Rd - \frac{d^2}{2}}{2R} = \frac{Ad}{2}\left(1 - \frac{d}{2R}\right) \qquad (65)$$

$$E_2 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{d}{2R}\right) \qquad (66)$$

3) Радон

I. $0 \le x \le d; \quad C_3 = \frac{A}{\lambda_2 2R}\left(\int_0^d \frac{d}{2R}d\xi + \frac{A}{2R}\int_d^{x+R}\frac{d + R - \xi}{2R}d\xi\right) = \frac{A}{\lambda_3 4R^2}\left(dx + \frac{R^2}{2} - \frac{x^2}{2} + \frac{d^2}{2}\right)$ (67а)

II. $d \le x \le d + R; \quad C_3 = \frac{A}{\lambda_3 2R}\left(\int_{x-R}^{d}\frac{d}{2R}d\xi + \int_d^{d+R}\frac{d - x + R}{4R^2}dx\right) = \frac{A}{\lambda_3}\left(\frac{1}{8} + \frac{d(d - x + R)}{4R^2}\right)$ (67б)

III. $d + R \le x \le d + 2R; \quad C_3 = \frac{A}{\lambda_3}\int_{x-R}^{d+R}\frac{d - x + R}{4R^2}dx = \frac{A}{\lambda_3 4R^2}\left(\frac{d^2}{2} + 2Rd - dx - 2Rx + 2R^2 + \frac{x^2}{2}\right)$ (67в)

IV. $d + 2R \le x \le \infty; \quad C_4 = 0$ (67г)

$$J_3 = A\left(\int_0^d \frac{d}{2R}\frac{1}{2}\left(1 - \frac{\xi}{R}\right)d\xi + \int_0^R \frac{d + R - \xi}{2R}\frac{1}{2}\frac{R - \xi}{R}d\xi\right) = \frac{A}{4R}\left(d^2 - \frac{d^3}{2R} + \frac{Rd}{2} - \frac{5}{6}\frac{d^3}{R} + \frac{R^2}{3}\right) \qquad (68)$$

$$G_3 = \int_0^d \frac{d}{2R}d\xi + \int_d^R \frac{d + R - \xi}{2R}d\xi = \frac{d^2 + R^2}{4R} \qquad (69)$$

$$E = \frac{2R^3 + 3dR^2 + 6d^2R - 8d^3}{6R\left(d^2 + R^2\right)} \qquad (70)$$

Пусть теперь торий-228 сосредоточен на поверхности пластины в бесконечно тонком слое

1) Торий – слой d=0, $C_1 = \frac{A}{\lambda_2} \quad [атом \cdot см^{-2}]$

2) Радий $0 \le x \le R; \quad C_2 = \frac{A}{\lambda_2 2R} \quad [атом \cdot см^{-3}]$

3) Радон

I. $0 \le x \le R;\quad C_3 = \frac{A}{\lambda_3 2R}\int\limits_{x-R}^{R}\frac{1}{2R}d\xi = \frac{A}{\lambda_3}\frac{2R-x}{4R^2}$ (71а)

II. $-R \le x \le 0;\quad C_3 = \frac{A}{\lambda_3}\frac{x+2R}{4R^2}$ (71б)

4) Полоний

I. $0 \le x \le R;\quad C_3 = \frac{A}{\lambda_3 2R}\left(\int\limits_{x-R}^{0}\frac{1}{2R}\frac{2R}{2R}d\xi + \int\limits_{0}^{x+R}\frac{1}{2R}\frac{2R-\xi}{2R}d\xi\right) = \frac{A\left(3R^2-x^2\right)}{\lambda_3 8R^2}$ (72а)

II. $R \le x \le 2R;\quad C_3 = \frac{A}{\lambda_3}\int\limits_{x-R}^{2R}\frac{1}{2R}\frac{2R-\xi}{2R}d\xi = \frac{A}{16R^3}\left(9R^2-6Rx+x^2\right)$ (72б)

Анализ эффекта отдачи доказывает, что в случае равномерного распределения МИ отдача обедняет эманацией приповерхностные слои зерна и тем самым снижает чувствительность метода к твердофазным превращениям. В то же время эффект отдачи позволяет существенно расширить возможности эманационного метода, т.к. дает возможность метить радием материалы в которые его нельзя ввести методом сокристаллизации. Кроме того, эффект отдачи сглаживает неоднородное распределений МИ (некоторые примеры приведены на **Рис.5**).

Рассмотрим теперь особенности эманирования тонкой двусторонней пластины, H≤R:

$$E_R = \frac{1}{2}\int\limits_0^H A(x)x\int\limits_x^R\frac{1}{\xi^2}d\xi dx$$

где; $A(x) = \frac{f(x)}{\int\limits_0^H f(x)dx}$ f(x) – функция распределения материнского изотопа эманации.

При равномерном распределении радия:

$$E_R = \frac{1}{2}\int\limits_0^H\frac{x}{H}\int\limits_x^R\frac{1}{r^2}drdx \qquad (73)$$

Суммарный поток атомов отдачи, выходящий из пластины толщиной H<R в обе стороны:

$$J = J_1 + J_2 = \lambda C\left(1-\frac{H}{2R}\right) \qquad (74)$$

не зависит от вида распределения радия по толщине пластины.

Рис. 5. Примеры сглаживающего действия эффекта отдачи
а) Распределение МИ и продуктов его распада
б) Перераспределение радона между двумя пластинами 1 - Th-228; 2 - Ra-224; 3 – Rn-220

<u>Введение материнского изотопа диффузионным методом</u>. В этом методе пластина, с расположенным на её поверхности тонким слом материнского изотопа, подвергается диффузионному отжигу при повышенных температурах. В результате происходит внедрение материнского изотопа в объём образца, причём в ходе диффузии падает эманирование за счёт отдачи. Если диффузионный отжиг проводили t часов, то

$$E_R = \frac{1}{\sqrt{\pi Dt}}\int\limits_0^R e^{-\frac{x^2}{4Dt}}\left(1-\frac{x}{R}\right)dx \qquad (75)$$

где величина $\left(1-\frac{x}{R}\right)$ учитывает форм-фактор рассеяния.

После интегрирования получим:

$$\overline{E}_R = 2erfz_1 - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{1}{z_1}\left(1-e^{-\frac{z_1^2}{2}}\right) \qquad (76)$$

где $z_1 = \frac{R}{2\sqrt{Dt}}$

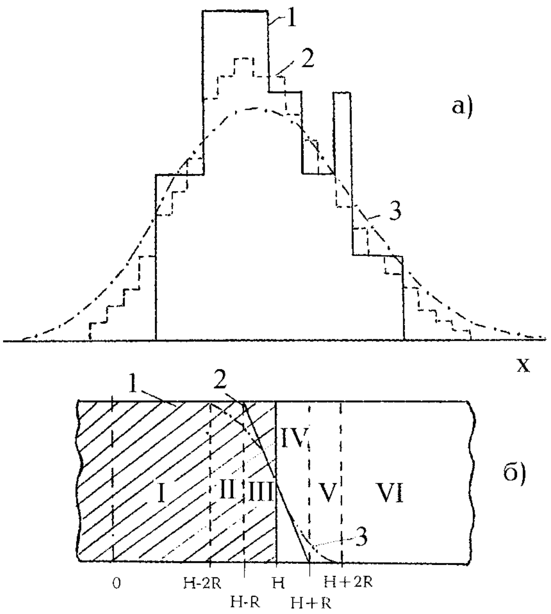
Таким образом, измерив E_R и зная время отжига и величину пробега, можно найти коэффициент диффузии радия (или тория) в образце (коэффициент диффузии радона определяется в ходе последующего эманационно – термического исследования.

2.1.3 Эманирование цилиндра

Дать арифметику

2.1.4 Эманирование куба

Дать арифметику



2.2 Эманирование за счёт отдачи отдельных зёрен с развитой поверхностью

Дать арифметику

2.3 Эманирование за счёт отдачи ансамбля зёрен

В случае ансамбля зерен часть из которых по каким-то причинам осталась немеченой радием (или торием-радием), эффект отдачи вводит радий в соседние зерна, вовлекая тем самым их в процесс эманирования. Это обстоятельство позволяет распространить формулы для эманирования, выведенные в предположении равномерно меченого зерна, на многие другие концентрационные профили тория.

До сих пор мы рассматривали эманирование отдельного зерна, тогда как реальные образцы высокодисперсных порошков содержат множество зёрен. Математическое описание диффузии в такой системе существенно осложняется, т.к. помимо геометрии отдельного зерна необходимо учитывать геометрию образца в целом, потерю атомов отдачи, застревающих в соседних зёрнах, различия в коэффициентах диффузии эманации в зерне, D, и в порах, $D_п$, распределение зёрен по размерам и другие факторы.

Для определённости рассмотрим эманирование порошка – ансамбля зёрен одинаковой формы (сферы) и размеров, равномерно меченых радием. Выброшенный из зерна за счёт эффекта отдачи атом эманации может на своём пути проходить наполненные воздухом поры (промежуточные объёмы между зёрнами), пробег в которых много больше, чем в материале зерна. Если расстояния между зёрнами достаточно малы, то атом отдачи будет попадать в соседнее зерно и застревать в ней (если размеры зерна $2r_0>R$). Этот эффект сказывается при $V_п/V_з<1$, где $V_п$ - объем пор, $V_з$ - объем зерна.

Для более детального анализа разделим общий пробег атомов отдачи на три части $R=R_1+R_2+R_3$, где R_1 - пробег в исходном зерне, R_2 - пробег в поре, R_3 - пробег в соседнем зерне. Можно показать [11], что

$$R_2 = \frac{A_з}{A_п} * \frac{\rho_п}{\rho_з} R_1 \qquad (77)$$

где A - приведенный атомный вес ($A = \frac{\overline{A}}{B}$), B - тормозная способность $\overline{A}$ - средний атомный вес вещества, ρ - плотность вещества.

Эманирующая способность ансамбля зерен (т.е. доля атомов отдачи эманации, пробег которых заканчивается непосредственно в свободном газовом пространстве иди открытой поре, наполненной воздухом):

$$E_{R,a} = \frac{3}{4} z \frac{A_з}{A_п} * \frac{\rho_п}{\rho_з} \qquad (78)$$

где z - фактор упаковки зерен, зависящий от геометрической формы отдельного зерна, способа упаковки зерен и расстояния между зернами (Для кубических зерен $z = 2\frac{V_з}{V_п}$). Обычно 1<z<10.

Зависимость E_R от размеров отдельного зерна, которая в случае отдельного зерна носила монотонный характер, в случае ансамбля зерен кубических зерен, расположенных в шахматном порядке, следует закону $1/r_0$ только для больших r_0, а при $r_0<r_{крит}$ перестает зависеть от размера зерна (см. **Рис. 6**). Максимально возможная ЭС за счет отдачи в случае ансамбля зерен (высокодисперсных порошков) достаточно низка (~1%).

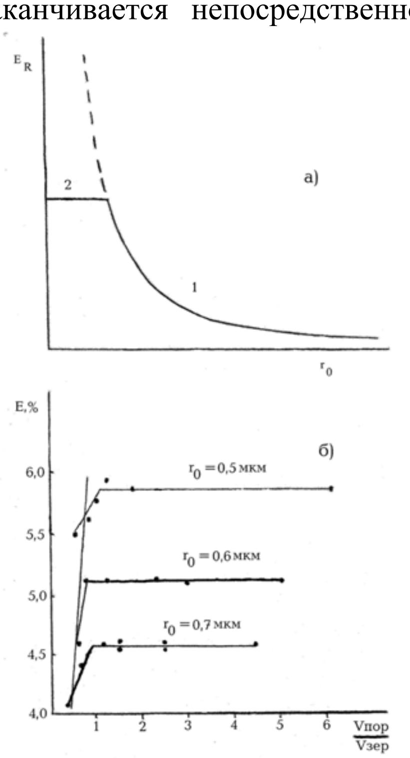
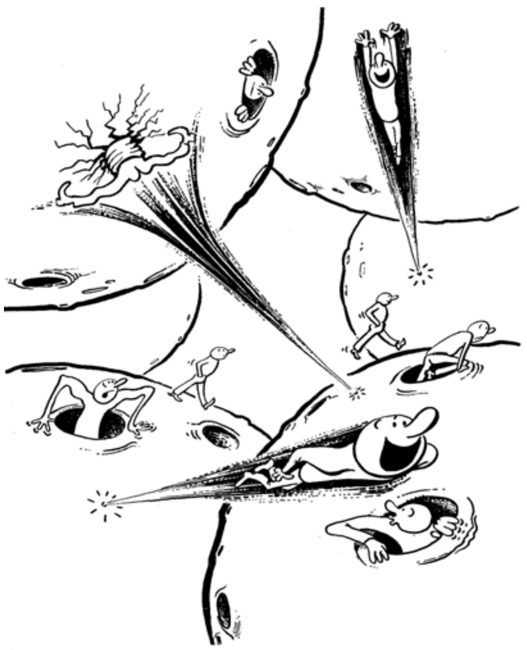


Рис. 6. Эманирование за счет отдачи ансамбля зерен
а) Теория
б) Эксперимент ($BaCO_3$)

<u>Отдача косвенного действия.</u> Рассмотрим теперь судьбу атомов, попавших в соседние зерна (максимально возможная глубина проникновения равна R_3).



Большая часть этих атомов застревает в них и распадается, однако некоторое количество может выделиться наружу и,

При рассмотрении эманирования за счёт отдачи ансамбля зёрен возникает понятие эманирования косвенного действия. При эманировании часть атомов покидает зерно и оказывается в атмосфере, окружающей образец (на свободе), часть атомов радона вылетает из зерна, меченого материнским изотопом и внедряется в соседнее зерно, где или погибает, или с трудом выбирается наружу (по цепочке дефектов ими самими и созданными) и десорбируются (именно эти атомы и ответственны за эманирование косвенного действия. Некоторые атомы радона путём поверхностной диффузии перемещаются с меченых зёрен порошка на немеченые.

следовательно, будет зарегистрировано. Первая возможность выделения основана на быстрой диффузии по воронке отдачи, вещество в которой расплавилось за счет энергии, выделившейся при торможении атома отдачи. Однако расчеты доказывают, что затвердевание такого термического клина происходит гораздо быстрее, чем успеет пройти диффузия в расплаве. Другая возможность связана с обратной диффузией по треку отдачи, вещество в котором разрушилось или стало сильно дефектным [12, 13]. Диффузия эманации по таким дефектным областям, прилетающим к стабилизированному атому отдачи, может происходить с большими скоростями. Для количественной характеристики процесса вводится понятие эмалирующей способности косвенного действия $E_{R,i}$, [14], под которой понимают долю атомов эманации, пробег отдачи которых заканчивается в тех областях дисперсионной системы, из которых возможна быстрая диффузия в свободное газовое пространство. Тогда общая эманирующая способность;

$$E_R=E_{R,a}+E_{R,i} \qquad (79)$$

где $E_{R,a}$ - ЭС прямого действия (рассмотрена выше), $E_{R,i}$ - ЭС косвенного действия.

Как уже упоминалось, эманирование за счет отдачи прямого действия не зависит от температуры. ЭС косвенного действия, также как и диффузия в порах, зависит от температуры до закону $D \approx \sqrt{T}$, т.е. lgD=0,5lgT+Const. Таким образом, критерием дополнительной роли диффузии в сильно нарушенных местах является появление прямолинейной зависимости в координатах lgD-lgT с углом наклона 27^o (tgα=1/2). Подобный подход позволяет объяснить возникновение очень низких значений энергий активации эманирования при низких температурах, которые иногда наблюдаются экспериментально, а также появление значений ЭС за счет отдачи высокодисперсных порошков, существенно превышающих 1 %.

В случае эманирования порошка (ансамбля зёрен), зёрна которого неравномерно мечены (т.е. одни зёрна содержат материнский изотоп эманации, другие нет), отдача вводит материнский нуклид в немеченые зёрна, смежные с мечеными, тем самым вовлекая их в процесс эманирования. В случае пластин плотно прижатых друг другу, она из которых мечена торием, другая нет, после установления радиоактивного равновесия, распределение радия имеет вид:

$$C_{Ra}=\begin{cases} \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_1}\dfrac{R+H-x}{2R}; \quad H-R \le x \le H+R \\ \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_1}; \quad -\infty \le x \le H-R \\ 0; \qquad H+R \le x \le \infty \end{cases} \qquad (80)$$

Распределение радона:

$$C_{Rn}=\begin{cases} \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_2}\displaystyle\int_{x-R}^{H+R}\dfrac{R+H-\xi}{2R}d\xi=\dfrac{\lambda_0 C_0}{2\lambda_2}\left(1+\dfrac{H-x}{R}+\left(\dfrac{H-x}{4R^2}\right)^2\right), H-2R \le x \le H-R; H-R \le x \le H \\ \dfrac{\lambda_0 C_0}{\lambda_2 2R}\displaystyle\int_{x-R}^{x+R}\dfrac{1}{4R^2}\left(H+R-\xi\right)d\xi=\dfrac{\lambda_0 C_0}{2\lambda_2}\left(1+\dfrac{H-x}{R}+\dfrac{\left(H-x\right)^2}{4R^2}\right), H \le x \le H+R; H+R \le x \le H+2R \\ 0; \qquad H+2R \le x \le \infty \end{cases} \qquad (81)$$