Вестник МГУ, серия 2: химия, т.38, No.4 (1997) 273-277

УДК 539.219.3

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИФФУЗИИ ГАЗОВ В АКТИВНЫХ СРЕДАХ ПРИ СЛОЖНЫХ КРАЕВЫХ УСЛОВИЯХ

## И.Н.Бекман

## (Кафедра радиохимии)

Рассмотрена феноменологическая теория диффузии газа в микрогетерогенной среде при условии существенного превышения концентрации активных центров над концентрацией растворенного газа. Для произвольных начальных и граничных условий в рамках одноканального приближения варианта Генри 1 - Генри 2 модели "двойной сорбции" методом Фурье проведено аналитическое решение задачи диффузии низкомолекулярной примеси в пластине. Получены выражения для концентрационных профилей подвижной и неподвижной фаз, а также для зависимостей от времени потоков газа в, из или через пластину, которые могут быть использованы для обработки результатов основных методов газовой диффузии.

В настоящей работе приведены результаты математического анализа процесса нестационарной диффузии газов в твердых телах при наличии обратимой химической реакции 1-го порядка взаимодействия молекул диффузанта с активными центрами, равномерно распределенными по объему образца. Твердое тело трактуется как разбавленная дисперсия активных центров или точечных дефектов "неограниченной" емкости. В ходе диффузии неподвижные активные центры захватывают молекулы газа (т.е. действуют как "ловушки") и на некоторое время выводят их из диффузионного процесса. В теории диффузии подобная ситуация называется одноканальным диффузионным приближением варианта Генри 1-Генри 2 модели "двойной" сорбции [1]. Решения будут даны для плоского образца при произвольных начальных и граничных условиях.

Для описания нестационарной диффузии газа в микрогетерогенной пластине толщиной *l* необходимо решить систему дифференциальных уравнений вида:

$$\frac{\partial C_1}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C_1}{\partial x^2} - k_1^* C_1 + k_2^* C_2, \qquad (1a)$$
$$\frac{\partial C_2}{\partial t} = k_1^* C_1 + k_2^* C_2 , \qquad (16)$$

при начальных условиях:

и граничных условиях:

$$\begin{array}{ccc} C_1(0,t) = \phi_1(t), & (3a) \\ C_1(1,t) = \phi_2(t) & (36) \end{array}$$

для одномерной диффузии в неограниченной пластине толщиной *l*.

Следует заметить, что при задании граничных условий (3) мы рассмотрели только подвижную фазу. Условия для неподвижной фазы появляются автоматически из решения Ур.16

$$C_2(x,t) = C_2(x)e^{-k_2^*t} + k_1^*e^{-k_2^*t} \int_0^t e^{k_2^*\tau} C_1(x,\tau)d\tau , \qquad (4)$$

$$\frac{\partial^2 C_1}{\partial t^2} + \left(k_1^* + k_2^*\right) \frac{\partial C_1}{\partial t} = k_2^* D \frac{\partial^2 C_1}{\partial x^2} + D \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 C_1}{\partial x^2}\right)$$
(5)

Это выражение удобно представить в виде

$$\frac{\partial C_1}{\partial t} + \tau^* \frac{\partial^2 C_1}{\partial t^2} - \frac{D_{\mathfrak{I}^{\mathsf{TM}}}}{k_2^*} \frac{\partial^3 C_1}{\partial t \partial x^2} = D_{\mathfrak{I}^{\mathsf{TM}}} \frac{\partial^2 C_1}{\partial x^2}$$
(6)

где время релаксации  $\tau^* = (k_1^* + k_2^*)^{-1}$ ,  $D_{3\phi} = D/(1+K_x) = Dk_2^* \tau^*$ ,  $K_x = k_1^*/k_2^*$ -константа равновесия реакции захвата. Уравнение (7) наглядно демонстрирует отличие случая классической (т.е. ненарушенной) диффузии от диффузии в дефектных средах.

Строго говоря, уравнение (6) не эквивалентно системе (1), так как в нем отсутствует информация о начальном распределении концентрации газа в ловушках. Однако уравнение (6) удобно для вычисления декрементов затухания диффузионной волны ( $\alpha_i$ ).

Таким образом, мы получили дифференциальное уравнение для диффузии в дефектной среде, которое будем решать методом разделения переменных Фурье. С этой целью введем в уравнение (6) подстановку:

$$\mathbf{C} = \mathbf{e}^{\mathbf{i}\boldsymbol{\omega}\mathbf{x} - \boldsymbol{\alpha}\mathbf{t}} \tag{7}$$

Получим:

$$\frac{\partial C_{1}}{\partial t} = -\alpha e^{-\alpha t} e^{i\alpha x}; \frac{\partial^{2} C_{1}}{\partial t^{2}} = \alpha^{2} e^{-\alpha t} e^{i\alpha x};$$

$$\frac{\partial^{2} C_{1}}{\partial x^{2}} = -\omega^{2} e^{-\alpha t} e^{-i\alpha x}; \frac{\partial C_{1}}{\partial t} \left( \frac{\partial^{2} C_{1}}{\partial x^{2}} \right) = \alpha \omega^{2} e^{-\alpha t} e^{i\alpha t};$$

$$\alpha^{2} e^{-\alpha t} e^{i\alpha x} - \left(k_{1}^{*} + k_{2}^{*}\right) \alpha e^{i\alpha x - \alpha t} = k_{2}^{*} D\left(-\omega^{2} e^{i\alpha x - \alpha t}\right) + D\alpha \omega^{2} e^{i\alpha x - \alpha t},$$
otkyda после сокращения на уравнение (7) получим
$$\alpha^{2} - \left(k_{1}^{*} + k_{2}^{*}\right) \alpha = -k_{2}^{*} D\omega^{2} + D\alpha \omega^{2},$$

$$\omega^{2} = \frac{\alpha^{2} - \left(k_{1}^{*} + k_{2}^{*}\right) \alpha}{D\left(\alpha - k_{2}^{*}\right)}.$$
(9)

Тогда декременты затухания

$$\alpha_{1}=0,5(k_{1}^{*}+k_{2}^{*}+D\omega^{2})-A, \qquad (10a)$$

$$\alpha_{2}=0,5(k_{1}^{*}+k_{2}^{*}+D\omega^{2})+A, \qquad (10b)$$

$$0.25(k_{1}^{*}-k_{2}^{*}+D\omega^{2})^{2}]^{1/2} \quad 0 < \alpha < \infty;$$

где A= $[k_1^*k_2^*+0.25(k_1^*-k_2^*+D\alpha)]$ 0< $\alpha_1$ < $k_2^*$ ;  $(k_1^*+k_2^*)$ < $\alpha_2$ < $\infty$ 

Займемся теперь непосредственно уравнением (6). Решение для подвижной фазы будем искать в виде:

$$C_1(x,t) = C_{1^{\infty}}(x,t) + \tilde{C}_1(x,t)$$
 (11)

где  $C_{1^{\infty}}(x,t)$  - решение для стационарного состояния диффузии при переменных граничных условиях, а  $\widetilde{C}_{1}(x,t)$  - решение для нестационарного состояния при нулевых граничных условиях, но при сложных начальных:  $\widetilde{C}_{1}(x,t)=C_{10}(x)-C_{1^{\infty}}(x,0)$ . Очевидно, что

$$C_{1\infty}(x,t) = \varphi_1(t) + \frac{x}{1} [\varphi_2(t) - \varphi_1(t)].$$
(12)

Тогда

3

Аналогичные выражения можно получить и для концентрации иммобилизованных молекул газа. Таким образом, нам предстоит решить систему уравнений:

$$\frac{\partial \widetilde{C}_1}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \widetilde{C}_1}{\partial x^2} - k_1^* \widetilde{C}_1 + k_2^* C_2$$
(14a)  
$$\frac{\partial C_2}{\partial t} = k_1^* \widetilde{C}_1 - k_2^* C_2$$
(146)

с краевыми условиями:

$$\widetilde{C}_1(x,0) = C_{10}(x) - \varphi_1(0) - \frac{x}{1} [\varphi_2(0) - \varphi_1(0)], \qquad (15a)$$

$$C_{2}(x,0) = C_{20}(x) - \left[\varphi_{2}(0) - \varphi_{1}(0)\frac{x}{1}\right]\frac{k_{1}^{*}}{k_{2}^{*}},$$
(156)  

$$\widetilde{C}_{1}(0,t) = 0$$
(16a)  

$$\widetilde{C}_{1}(l,t) = 0$$
(166)

где  $\tilde{C}_1(x,0)$  и C<sub>2</sub> отражают концентрации молекул газа в подвижном и неподвижном состояниях соответственно.

Решение системы (14) будем искать в виде:

$$\widetilde{C}_{1}(x,t) = A_{n} \operatorname{Sin}\omega x \, e^{-\alpha_{n}t} + B_{n} \operatorname{Cos}\omega \, e^{-\alpha_{n}t}$$
(17)

Константы *A<sub>n</sub>*, *B<sub>n</sub>* и ω найдем из граничных и начальных условий. Из нулевых граничных условий сразу имеем:

$$B_n = 0 \ \mathrm{M} \ \omega_n = \mathrm{n}\pi/l \ , \tag{18}$$

тогда уравнение (17) запишется в виде:

$$\widetilde{C}_{1}(x,t) = (A_{1} e^{-\alpha_{1}t} + A_{2} e^{-\alpha_{2}t}) \sin \frac{n\pi}{l} x, \qquad (19)$$

при t=0

$$\widetilde{C}_{1}(x,0)=(A_{1}+A_{2})\sin\frac{n\pi}{l}x$$
,

где  $\widetilde{C}_{1}(x,0)$  определяется начальным условием (13).

Применим теорему Фурье:

$$A_1 + A_2 = \frac{2}{1} \int_0^1 \widetilde{C}_1(x,0) Sin \frac{n\pi x}{1} dx = \psi_1, \qquad (20)$$

тогда

$$\widetilde{C}_1(x,0) = \psi_1 Sin \frac{n\pi x}{1}, \qquad (21)$$

аналогично

$$\frac{2}{1} \int_{0}^{1} C_2(x,0) Sin \frac{n\pi x}{1} dx = \psi_2$$
(22)

И

$$C_2(x,0) = \psi_2 \operatorname{Sin} \frac{n\pi x}{l}, \qquad (23)$$

Подставив (19) в систему (14), получим:

$$\frac{\partial C_1}{\partial t} = -\left(A_1\alpha_1 e^{-\alpha_1 t} + A_2\alpha_2 e^{-\alpha_2 t}\right)\frac{e^{i\alpha x} - e^{-i\alpha x}}{2}$$

При  $t \rightarrow 0$  имеем:

$$\frac{\partial C_1}{\partial t} = -(A_1\alpha_1 + A_2\alpha_2)\frac{e^{i\alpha x} - e^{-i\alpha x}}{2}, \qquad (24a)$$
$$\frac{\partial^2 C_1}{\partial x^2} = -(A_1 + A_2)\omega^2 \frac{e^{i\alpha x} - e^{-i\alpha x}}{2}. \qquad (246)$$

Подставив эти выражения в (14) и сократив на  $\sin \frac{n\pi x}{l} = \frac{e^{i\omega x} - e^{-i\omega x}}{2}$ , получим систему

уравнений для определения A<sub>1</sub> и A<sub>2</sub>:  
-
$$(A_1\alpha_1+A_2\alpha_2)=-D(A_1+A_2)\omega^2-k_1*\Psi_1+k_2*\Psi_2,$$
  
 $A_1+A_2=\Psi_1,$ 

откуда

$$A_{1} = \frac{\Psi_{1}\left(\alpha_{2} - D\omega^{2} - k_{1}^{*}\right) + k_{2}^{*}\Psi_{2}}{2A} = \frac{\Psi_{1}\left(-\alpha_{1} + k_{2}^{*}\right) + k_{2}^{*}\Psi_{2}}{2A}, \quad (26a)$$

$$A_{2} = \frac{\Psi_{1}\left(2A - \alpha_{2} + D\omega^{2} + k_{1}^{*}\right) - k_{2}^{*}\Psi_{2}}{2A} = \frac{\Psi_{1}\left(\alpha_{2} - k_{2}^{*}\right) - k_{2}^{*}\Psi_{2}}{2A}. \quad (26b)$$

Таким образом, уравнения (19), (26), (15), (20), (22), (10) дают решение для  $C_1(x,t)$ . Подставив его в уравнение (4) найдем выражение для  $C_2$ .

Рассмотрим теперь некоторые частные случаи.

При постоянных краевых условиях:

$$C_{1}(x,0)=C_{1}(0), (27a)
C_{2}(x,0)=C_{2}(0,) (276)
C(0,t)=C_{1}^{0}, (27B)$$

$$C(l,t) = \mathbf{C}_1^l \tag{27r}$$

стационарное распределение концентрации подвижной фазы

$$C_1(\mathbf{x},\infty) = C_1^0 + (C_1^l - C_1^0)\frac{\mathbf{x}}{l},$$
(28a)

стационарное распределение неподвижной фазы

$$C_{2}(x,\infty) = \left[C_{1}^{0} + (C_{1}^{1} - C_{1}^{0})\frac{x}{1}\right]\frac{k_{1}^{*}}{k_{2}^{*}}.$$
(286)

Теперь начальные условия имеют вид

$$\Psi_{1} = \frac{2}{l} \int_{0}^{l} \left\{ C_{1}(0) - \left[ C_{1}^{0} + \left( C_{1}^{l} - C_{1}^{0} \right) \frac{x}{l} \right] Sin \frac{n\pi}{l} x \, dx \right\} = \frac{2}{n\pi} \left( C_{1}(0) B_{1} - B_{2} \right), \quad (29a)$$

$$\psi_{2} = \frac{2}{1} \int_{0}^{1} \left\{ C_{2}(0) - \left[ C_{1}^{0} + \left( C_{1}^{1} - C_{1}^{0} \right) \frac{x}{1} \right] \frac{k_{1}^{*}}{k_{2}^{*}} \right\} Sin \frac{n\pi}{1} x dx = \frac{2}{n\pi} \left( C_{2}(0)B_{1} - K_{x}B_{2} \right),$$
(296)

5

где B<sub>1</sub>=1-Cos n $\pi$ ; B<sub>2</sub>=C<sub>1</sub><sup>0</sup>-C<sub>1</sub><sup>l</sup>Cos n $\pi$ .

Соответствующие амплитуды имеют вид

$$A_{1} = \frac{1}{n\pi A} \Big[ (C_{1}(0)B_{1} - B_{2})(-\alpha_{1} + k_{2}^{*}) + k_{2}^{*}(C_{2}(0)B_{1} - K_{x}B_{2}) \Big],$$
(30a)

$$A_{2} = \frac{1}{n\pi A} \Big[ (C_{1}(0)B_{1} - B_{2})(\alpha_{2} - k_{2}^{*}) - k_{2}^{*}(C_{2}(0)B_{1} - K_{x}B_{2}) \Big]$$
(306)

Диффузионные процессы описываются следующими выражениями: распределение концентрации подвижного вида

$$C_{1}(x,t) = C_{1}^{0} + (C_{1}^{1} - C_{1}^{0})\frac{x}{l} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\pi A} \{ (C_{1}(0)B_{1} - B_{2})(-\alpha_{1} + k_{2}^{*}) + k_{2}^{*}(C_{2}(0)B_{1} - K_{x}B_{2}) \} e^{-\alpha_{1}t} + [(C_{1}(0)B_{1} - B_{2})(\alpha_{2} - k_{2}^{*}) - k_{2}^{*}(C_{2}(0)B_{1} - K_{x}B_{2})] e^{-\alpha_{2}t} \} Sin \frac{n\pi}{l} x, \quad (31a)$$

распределение концентрации неподвижной фазы

$$C_{2}(x,t) = C_{2}(0)e^{-k_{2}^{*}t} + \left[C_{1}^{0} + \left(C_{1}^{l} - C_{1}^{0}\right)\frac{x}{l}\right]\frac{k_{1}^{*}}{k_{2}^{*}}\left(1 - e^{-k_{2}^{*}t}\right) + \\ + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{k_{1}^{*}}{n\pi A}\left\{\left[\left(C_{1}(0)B_{1} - B_{2}\right) + \frac{k_{2}^{*}}{k_{2}^{*} - \alpha_{1}}\left(C_{2}(0)B_{1} - K_{x}B_{2}\right)\left(e^{-\alpha_{1}t} - e^{-k_{2}^{*}t}\right) - \left[\left(C_{1}(0)B_{1} - B_{2}\right) + \frac{k_{2}^{*}}{k_{2}^{*} - \alpha_{2}}\left(C_{2}(0)B_{1} - K_{x}B_{2}\right)\right]\left(e^{-\alpha_{2}t} - e^{-k_{2}^{*}t}\right)\right]Sin\frac{n\pi}{l}x\right\}.$$
(316)

Полученные выражения могут быть использованы для вывода формул, необходимых для обработки результатов традиционных методов газовой диффузии.

В <u>методе проницаемости</u> изучается диффузия газа сквозь плоскую мембрану. Традиционные краевые условия имеют вид:  $C_1(x,0)=C_2(x,0)=0$ ;  $C_1(0,t)=C_{10}$ ;  $C_1(l,t)=0$ . Тогда  $B_1=2$ ,  $B_2=C_{10}$ .

Диффузионные процессы описываются следующими выражениями: распределение концентрации подвижного вида по толщине мембраны

$$C_{1}(x,t) = C_{10} \left\{ 1 - \frac{x}{l} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\pi A} \left[ \left( \alpha_{1} - k_{1}^{*} - k_{2}^{*} \right) e^{-\alpha_{1}t} - \left( \alpha_{2} - k_{1}^{*} - k_{2}^{*} \right) e^{-\alpha_{2}t} \right] Sin \frac{n\pi}{l} x \right\};$$
(32)

распределение концентрации неподвижного вида по толщине мембраны

$$C_{2}(x,t) = C_{20}\left\{ \left(1 - \frac{x}{l}\right) \left(1 - e^{-k_{2}^{*}t}\right) \frac{k_{1}^{*}}{k_{2}^{*}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_{1}^{*}}{n\pi A} \left[ \frac{\alpha_{1} - k_{1}^{*} - k_{2}^{*}}{k_{2}^{*} - \alpha_{1}} \left( e^{-\alpha_{1}t} - e^{-k_{2}^{*}t} \right) - \frac{\alpha_{2} - k_{1}^{*} - k_{2}^{*}}{k_{2}^{*} - \alpha_{2}} \left( e^{-\alpha_{1}t} - e^{-k_{2}^{*}t} \right) \right] \right\} Sin \frac{n\pi}{l} x;$$

поток газа на выходе из мембраны (кривая "прорыва")

$$J = -SD\frac{dC_1}{dx}\Big|_{x=l} = \frac{C_{10}D}{l} \left\{ 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{A} \left[ \left( \alpha_1 - k_1^* - k_2^* \right) e^{-\alpha_1 t} - \left( \alpha_2 - k_1^* - k_2^* \right) e^{-\alpha_2 t} \right] \right\};$$
(33)

количество газа, прошедшее через мембрану ко времени t:

$$q(t) = \int_{0}^{t} J(\tau) d\tau = \frac{SC_{10}D}{1} \left\{ t - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \frac{21^{2}}{n^{2}\pi^{2}D} \left[ \frac{k_{1}^{*} + k_{2}^{*}}{k_{2}^{*}} - \frac{\alpha_{1} - k_{1}^{*} - k_{2}^{*}}{\alpha_{1}} e^{-\alpha_{1}t} + \frac{\alpha_{2} - k_{1}^{*} - k_{2}^{*}}{\alpha_{2}} e^{-\alpha_{2}t} \right] \right\}, \quad (34)$$

где S - площадь поверхности мембраны.

В сорбционном методе изучается диффузия газа из постоянного источника в плоскую двухстороннюю пластину. В этом случае краевые условия:  $C_1(x,t)=0$ ;  $C_2(x,0)=0$ ;  $C_1^0=C_1^1=C_{10}$ , тогда  $B_1=2$ ;  $D_2=2C_{10}$ .

Диффузионные процессы описываются следующими выражениями: распределение концентрации подвижного вида по толщине образца

$$C_{1}(x,t) = C_{10} \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)A} \left[ \left( -\alpha_{1} + k_{1}^{*} + k_{2}^{*} \right) e^{-\alpha_{1}t} + \left( \alpha_{2} - k_{1}^{*} - k_{2}^{*} \right) e^{-\alpha_{2}t} \right] Sin \frac{(2m+1)\pi x}{1} \right\}; \quad (35a)$$

концентрационный профиль неподвижного вида

$$C_{2}(x,t) = C_{10} \left\{ \frac{k_{1}^{*}}{k_{2}^{*}} \left( 1 - e^{-k_{2}^{*}t} \right) + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2k_{1}^{*}C_{10}}{(2m+1)\pi A} \left[ \frac{\alpha_{1} - k_{1}^{*} - k_{2}^{*}}{k_{2}^{*} - \alpha_{1}} \right] \cdot \left( e^{-\alpha_{1}t} - e^{-k_{2}^{*}t} \right) - \frac{\alpha_{2} - k_{1}^{*} - k_{2}^{*}}{k_{2}^{*} - \alpha_{2}} \left( e^{-\alpha_{2}t} - e^{-k_{2}^{*}t} \right) \right] Sin \frac{(2m+1)\pi x}{1} \right\},$$
(356)

поток газа в твердое тело

$$J(t) = \frac{DS}{1} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{4C_{10}}{A} \left\{ \left( -\alpha_1 + k_1^* + k_2^* \right) e^{-\alpha_1 t} + \left( \alpha_2 - k_1^* - k_2^* \right) e^{-\alpha_2 t} \right\},$$
 (36)

количество газа в образце в момент времени t

$$G(t) = \int_{0}^{1} \left[ C_{1}(x,t) + C_{2}(x,t) \right] dx = \frac{DS}{1^{2}} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{4C_{10}}{A} \cdot \left\{ \left( \frac{\alpha_{1} - k_{1}^{*} - k_{2}^{*}}{\alpha_{1}} \right) \left( 1 - e^{-\alpha_{1}t} \right) + \left( \frac{\alpha_{2} - k_{1}^{*} - k_{2}^{*}}{\alpha_{2}} \right) \left( 1 - e^{-\alpha_{2}t} \right) \right\}, \quad (37)$$

Следует заметить, что в сорбционном и десорбционном методах величины  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  и *A* рассчитываются при значениях  $\omega = (2m+1)\pi/l$ , где m = 0, 1, 2, ...

В <u>десорбционном методе</u> измеряется газовыделение из пластины, предварительно насыщенной газом. В этом случае  $C_1^0 = C_1^l = 0$ ,  $C_1(x,0) = C_1(0)$ ,  $C_2(x,0) = C_2(0)$ . Тогда  $B_1 = B_2 = 0$ .

Распределение газа по толщине образца описывается уравнениями:

а) для подвижного вида

$$C_{1}(x,t) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{\pi(2m+1)A} \left\{ \left( -\alpha_{1} + k_{1}^{*} \right) C_{1}(0) + k_{2}^{*} C_{2}(0) \right\} e^{-\alpha_{1}t} + \left[ \left( \alpha_{2} - k_{2}^{*} \right) C_{1}(0) - k_{2}^{*} C_{2}(0) \right] e^{-\alpha_{2}t} \right\} Sin \frac{(2m+1)\pi x}{1}$$
(38a)

б) для неподвижного вида:

$$C_{2}(x,t) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2k_{1}^{*}}{\pi(2m+1)A} \left\{ \left( C_{1}(0) + \frac{k_{2}^{*}}{k_{2}^{*} - \alpha_{1}} C_{2}(0) \right) \left( e^{-\alpha_{1}t} - e^{-k_{2}^{*}t} \right) - \left( C_{1}(0) + \frac{k_{2}^{*}C_{2}(0)}{k_{2}^{*} - \alpha_{2}} \right) \left( e^{-\alpha_{2}t} - e^{-k_{2}^{*}t} \right) \right\} Sin \frac{(2m+1)\pi}{1} x + C_{2}(0)e^{-k_{2}^{*}t}; \quad (386)$$

поток газа из образца

$$J(t) = \frac{DS}{l} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{4}{A} \left\{ \left( -\alpha_1 + k_2^* \right) C_1(0) + k_2^* C_2(0) \right\} e^{-\alpha_1 t} - \left[ \left( -\alpha_2 + k_2^* \right) C_1(0) + k_2^* C_2(0) \right] e^{-\alpha_2 t} \right\}$$
(39)

количество газа, выделившееся из пластины к моменту времени t

$$M(t) = \left[C_{1}(0) + C_{2}(0)\right] SI + \frac{4S}{1} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{A\omega^{2}} \left\{ C_{10} \left(\alpha_{1} - k_{1}^{*} - k_{2}^{*}\right) - C_{20} \alpha_{2} \right\} e^{-\alpha_{1}t} - \left[C_{1}(0) \left(\alpha_{2} - k_{1}^{*} - k_{2}^{*}\right) - C_{2}(0) \alpha_{1} \right] e^{-\alpha_{2}t} \right\};$$
(40)

количество газа, оставшееся в образце к моменту времени t

$$G(t) = \frac{4S}{l} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{A\omega^2} \left\{ \left[ C_2(0)\alpha_2 - C_1(0)(\alpha_1 - k_1^* - k_2^*) \right] e^{-\alpha_1 t} - \left[ C_2(0)\alpha_1 - C_1(0)(\alpha_2 - k_1^* - k_2^*) \right] e^{-\alpha_2 t} \right\}$$
(41)

DIGS Полученные выражения положены В основу комплекса программ [2], предназначенного для обработки результатов изучения процессов диффузии газов в твердых телах. Рассмотренный здесь математический аппарат неоднократно использовался для интерпретации измерений нестационарной кинетики диффузии низкомолекулярных веществ в "активных" средах, осуществляемых с помощью таких методик, как метод концентрационных волн [3], импульсный вариант метода проницаемости [4], метод частотного зондирования [5], а также метод термодесорбционной спектроскопии [6]. Опыт применения комплекса DIGS показал, что одноканальное диффузионное приближение варианта Генри 1 - Генри 2 модели "двойной сорбции" адекватно описывает процессы миграции тяжелых инертных газов в материалах ядерного топлива [7], водорода в металлах [8], кислых газов в слое волоконных сорбентов [9] и низкомолекулярных газов в стеклообразных полимерах. При этом было обнаружено, что использование переменных граничных условий позволяет значительно повысить разрешающую способность известных диффузионных методик с точки зрения нахождения параметров захвата и увеличить точность определения как параметров взаимодействия газ - активный центр, так и коэффициента диффузии.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Бекман И.Н., Романовский И.П. //Усп. хим., <u>57</u>, 1988. С.944.
- 2. Швыряев А.А., Бекман И.Н. // Диффузионные явления в полимерах. Черноголовка, 1985. С.44.
- 3. Shelekhin A.B., Beckman I.N.// J. Membr. Sci., 73. 1982. P.73.
- 4. Beckman I.N., Romanovskii I.P., Balek V.// Synthetic polymeric membranes. Berlin, N. Y., 1987. P.355.
- 5. Beckman I.N.,// Polymeric gas separation membranes /Ed. D.R.Paul, U.P.Yampol`skii/ Florida, 1994. 301.
- 6. Beckman I.N., Zheleznov A.V., Balek V.//J.Thermal. Analysis. 37. 1991. P.1479.
- 7. Бекман И.Н. Эманационно термический анализ. М., 1986. С.291.
- 8. Бекман И.Н. Взаимодействие водорода с металлами. М., 1987. С.143.
- 9. Зюзин А.Ю., Бельнов В.К., Бекман И.Н., Калинин Э.А., Сафонов М.С. ЖФХ. <u>66.</u> 1992., С. 1281