

1. ОСНОВНОЙ ЗАКОН РАДИОАКТИВНОГО РАСПАДА

Каждое радиоактивное ядро распадается независимо от поведения всех других ядер, а потому общая скорость распада, т.е. число ядер, распадающихся в единицу времени (активность) пропорционально числу имеющихся радиоактивных ядер. Самопроизвольные превращения радиоактивных ядер приводят к непрерывному уменьшению числа атомов (ядер) исходного радиоактивного изотопа и к образованию дочерних продуктов. Радиоактивный распад относится к разряду вероятностных процессов, и к нему применимы методы статистического анализа.

Уравнение радиоактивного распада (основной закон радиоактивного распада в дифференциальной форме) имеет вид:

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N = A, \quad (1)$$

где N - число атомов, не претерпевших распад к моменту времени t , λ - константа, A - радиоактивность радионуклида.

Коэффициент пропорциональности λ называется константой (постоянной) радиоактивного распада (радиоактивной постоянной) и равен вероятности распада каждого отдельного ядра за единицу времени. Константа λ характеризует неустойчивость ядер радиоактивного изотопа. Из равенства

$$\lambda = -\frac{dN}{N dt}$$

очевидно, что постоянная распада λ численно равна доле атомов dN/N , распадающихся в единицу времени, при условии, что единица времени достаточно мала по сравнению с периодом

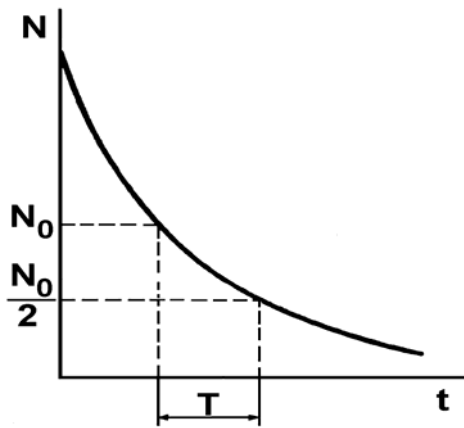


Рис. 1.1 Типичная кривая радиоактивного распада

полураспада, T имеет размерность обратного времени и чаще всего выражается в сек^{-1} . Смысл основного закона радиоактивного распада состоит в том, что за равные

промежутки времени подвергается распаду постоянная часть от общего количества имеющихся в данный момент атомов радиоактивного изотопа.

Замечание. С математической точки зрения кинетика распада радионуклида полностью соответствует кинетике необратимой химической реакции 1-го порядка.

Интегрирование уравнения (1) при условии, что в начальный момент времени $t=0$ количество радиоактивных ядер составляет N_0 даёт

$$\ln N = -\lambda t + a$$

Постоянная интегрирования a определяется из начального условия: $N=N_0$ при $t=0$. Отсюда следует, что $a=\ln N_0$. Сопоставляя эти выражения, получаем $\ln N/N_0 = -\lambda t$ или $N = N_0 e^{-\lambda t}$.

Закон радиоактивного распада описывает убывание со временем среднего числа радиоактивных ядер:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (2)$$

Ур.2 представляет интегральный вид основного закона распада.

Согласно экспоненциальному закону, в равные промежутки времени всегда распадаются равные части имеющихся радиоактивных атомов. В качестве меры устойчивости радиоактивного нуклида используют период полураспада T , т.е. промежуток времени, в течение которого распадается половина данного количества радиоактивного нуклида:

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,69315}{\lambda} \quad (3)$$

Период полураспада - время, требующееся для распада половины атомов данного радиоактивного вещества.

Замечание. На основании последнего соотношения можно получить формулу, позволяющую быстро рассчитать степень распада радиоактивного изотопа в течение времени, кратного периоду полураспада:

$$\frac{A_m T}{A_0} = \frac{1}{2^m}$$

Периоды полураспада радиоактивных изотопов лежат в очень широких пределах: так, период полураспада ^{232}Th равен $1,39 \cdot 10^{10}$ лет, ^{226}Ra - 1617 лет, ^{210}Po - 138,401 день, $^{212}\text{Po}(\text{ThC})$ - $3,04 \cdot 10^{-7}$ сек. Величина периода полураспада определяется внутренними свойствами радиоактивных ядер и не зависит окружающих условий: температуры, давления, химического состояния радиоактивных веществ.

Поэтому период полураспада является важной характеристикой радиоактивных изотопов; в частности можно проводить их идентификацию по периоду полураспада.

Скорость распада $-dN/dt$ атомов радиоактивного вещества называют абсолютной радиоактивностью (или абсолютной активностью) A препарата. На основании ()

$$A = \lambda N, \quad (4)$$

то закон радиоактивного распада можно переписать в виде:

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad (5)$$

Средняя продолжительность τ времени жизни атомов радиоактивного вещества определяется как сумма времён существования всех атомов данного изотопа, делённая на число атомов. Среднее время жизни радиоактивных ядер есть – по определению среднего:

$$\begin{aligned} \tau &= - \frac{1}{N_0} \int_{t=0}^{t=\infty} t dN = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} t \lambda N dt = \lambda \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt = \\ &= - \left[\frac{\lambda t + 1}{\lambda} e^{-\lambda t} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda}. \end{aligned} \quad (6)$$

Среднее время жизни больше периода полураспада на фактор 1/0.693. Легко видеть, что в течение времени $\tau=1/\lambda$ активность уменьшается до величины, составляющей 1/e от начального значения.

Среднее время жизни нуклида $\tau=1/\lambda$ - промежуток времени, в течение которого число имевшихся атомов уменьшается в e раз.

Замечание. Вывести уравнения для основного закона радиоактивного распада довольно просто.

Вероятностью появления некоторого случайного события называют отношение числа благоприятных событий к общему числу событий. Обозначим через M среднее число атомов, распадающихся за время t , а через N_0 - число исходных атомов. Тогда вероятность (p) того, что отдельный атом распадётся в течение выбранного промежутка времени, будет равна:

$$p_t = M/N_0.$$

Вероятность же (q) того, что атом не распадётся в течение времени t , равна:

$$q_t = 1 - p_t = \frac{N_0 - M}{N_0} = \frac{N_t}{N_0}$$

где $N_t = N_0 - M$ - среднее число атомов, не подвергшихся распаду за время t .

Вероятность $p_{\Delta t}$ распада отдельного атома за время Δt не зависит от условий, в которых атом находился ранее или находится в данное время. Эта вероятность зависит только от величины интервала Δt и для достаточно малых отрезков времени пропорциональна Δt , таким образом:

$$p_{\Delta t} = \lambda * \Delta t,$$

где коэффициент пропорциональности λ является константой, характерной для данного радиоактивного изотопа.

Вероятность того, что атом не распадётся в течение достаточно малого промежутка времени Δt , равна:

$$q_{\Delta t} = 1 - \lambda \Delta t.$$

Но если атом не распался в течение времени Δt , то вероятность того, что он не распадётся в течение второго такого же промежутка времени, снова равна $(1 - \lambda \Delta t)$. Вероятность же того, что атом не распадётся ни в первый, ни во второй промежутки времени, равна произведению этих вероятностей; рассуждая и далее подобным же образом, получаем:

$$\begin{aligned} q_{2\Delta t} &= (1 - \lambda \Delta t)^2; \\ q_{3\Delta t} &= (1 - \lambda \Delta t)^3; \\ &\dots\dots\dots \\ q_{n\Delta t} &= (1 - \lambda \Delta t)^n. \end{aligned}$$

Последнее выражение будет тем точнее, чем меньше рассматриваемые интервалы времени Δt . Принимая во внимание, что $\Delta t = t/n$, и переходя к пределу при $n \rightarrow \infty$, имеем:

$$q_t = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \lambda \frac{t}{n} \right)^n = e^{-\lambda t}.$$

Подставляя сюда значение q_t , взятое из (), окончательно получим:

$$N_t = N_0 e^{-\lambda t}.$$

На **Рис.** представлена кривая изменения числа атомов радиоактивного изотопа со временем. Комбинируя выражения () и (), можно найти зависимость для изменения числа распадающихся атомов со временем.

$$M = N_0 e^{-\lambda t}.$$

Для малых значений λt достаточно точно выполняется равенство $e^{-\lambda t} = 1 - \lambda t$; тогда:

$$M = N_0 \lambda t, \text{ или } M/t = \lambda N_0.$$

Отношение M/t представляет собой среднюю скорость распада, которую можно обозначить через $-dN/dt$ (знак минус указывает на убыль со временем числа атомов N радиоактивного изотопа) и, таким образом,

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

Основной внесистемной единицей абсолютной активности является кюри (Ки, Ci), определявшееся первоначально как активность одного грамма радия, вернее, изотопа радия ^{226}Ra (что отвечает $3,62 \cdot 10^{10} \text{ сек}^{-1}$ для принятого теперь значения $T_{\text{Ra}}=1620$ лет), а ныне как активность препарата, в котором происходит $3,700 \cdot 10^{10}$ актов распада в секунду ($2,22 \cdot 10^{12}$ расп/мин). Дробные единицы: милликюри (мкюри, мКи), микрокюри, $\mu\text{Ки}$, мкКи. Другая единица – резерфорд (рд), равная $1/3700$ кюри, т.е. отвечающая активности 10^6 сек^{-1} . Концентрация радиоактивных веществ в воздухе, воде и т.д. измеряется в кюри/см³ или кюри/л. Применяются также единицы эман (10^{-13} кюри/см³) и махе (3,64 эмана). Грамм-эквивалент (г-экв) радия характеризует действие γ -излучения любого радиоактивного вещества, равное при тождественных условиях измерения действию γ -излучения одного грамма радия-226.

Единица активности в системе СИ - Беккерель (Бк, Bq), $1 \text{ Бк} = 1 \text{ расп/с}$; $1 \text{ Бк} = 2,7 \cdot 10^{-11} \text{ Ки}$. $1 \text{ Ки} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Бк}$;

Беккерель, единица СИ активности радиоактивных изотопов, названа по имени А.Беккереля, обозначается 1 Бк. 1 Бк соответствует 1 распаду в секунду.

Для смеси нескольких нуклидов указывается отдельно активность каждого нуклида. Концентрация радионуклидов измеряется в расп/сек*кг.

Массу m радионуклида активностью A можно рассчитать по формуле :

$$m = 2,4 \cdot 10^{-24} \cdot M \cdot T \cdot A$$

где M - массовое число радионуклида, A - активность в Беккерелях, T - период полураспада в секундах. Масса получается в граммах.

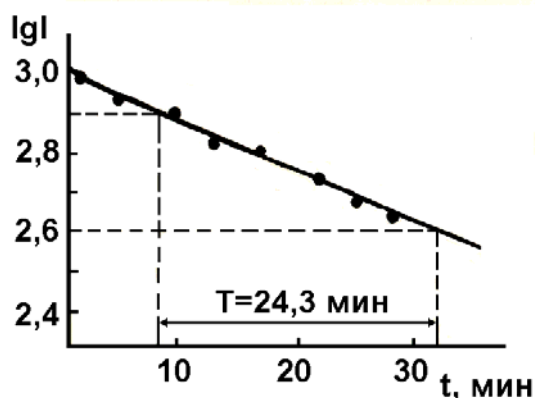


Рис. 1.2. Кривая распада в полулогарифмических координатах.

В практической работе с радиоактивными веществами абсолютная активность препаратов, как правило, не определяется непосредственно. Измерительные приборы, использующие различные свойства излучений, обычно дают величину, пропорциональную A ; эту величину называют регистрируемой активностью I . При работе со счетчиками ядерных частиц регистрируемой активностью является скорость счета, выражаемая в импульсах в минуту (имп/мин), а коэффициент пропорциональности, связывающий величину

абсолютной и регистрируемой активности, называется коэффициентом счета (ϕ):

$$I = \phi A$$

Экспериментальные кривые распада обычно строят в полулогарифмических координатах (Рис.1.2). Величина логарифма активности индивидуального изотопа линейно изменяется со временем; действительно, как следует из ()

$$\lg I_t = \lg I_0 - 0,4343 \lambda t.$$

Значение постоянной распада можно определить либо графически, по угловому коэффициенту α полулогарифмической прямой ($\text{tg} \alpha = -0,4343 \lambda t$), либо непосредственным расчетом по уравнению (). Отрезок абсциссы, соответствующий уменьшению регистрируемой активности вдвое, равен периоду полураспада.

Если в полулогарифмическом масштабе вместо прямой линии получается кривая, это свидетельствует о наличии в препарате более чем одного радиоактивного изотопа. В ряде случаев сложную кривую распада удастся разложить на составляющие и определить периоды полураспада отдельных компонентов смеси.

Очень большие периоды полураспада определяются путем измерения абсолютной активности A известного весового количества P изотопа. Число атомов N изотопа рассчитывается по формуле:

$$N = P N_A / A_a$$

где N_A - число Авогадро, A_a - массовое число, и из соотношений () и () вычисляются λ или T :

$$\lambda = \frac{A \cdot A_a}{P \cdot N_A}, \quad T = 0,693 \cdot \frac{P \cdot N_A}{A \cdot A_a}.$$