

Статистики. Принцип Паули

В отличие от частиц в классической физике, квантовые частицы не просто одинаковы, но и неразличимы - тождественны. Одна из причин состоит в том, что в квантовой механике частицы описываются с помощью волновых функций, позволяющих вычислить лишь вероятность нахождения частицы в данной точке пространства. Если волновые функции нескольких тождественных частиц перекрываются, то невозможно определить, какая из частиц находится в данной точке. Т.к. физический смысл имеет квадрат модуля волновой функции, состояние не изменится при изменении знака волновой функции при перестановке двух тождественных частиц. Принцип тождественности частиц требует, чтобы при перестановке двух тождественных частиц

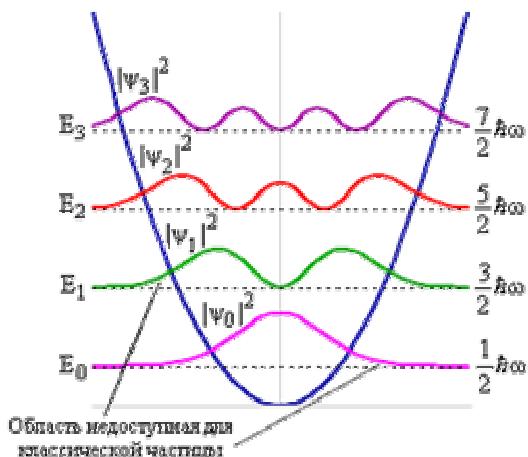


Рис.3

волновая функция либо изменяла знак (**антисимметричное состояние**), либо не меняла знака (**симметричное состояние**). Рассмотрим статистику для двух частиц a и b, находящихся в двух различных состояниях Ψ_1 и Ψ_2 -

$$\Psi_1(a), \Psi_1(b), \Psi_2(a), \Psi_2(b).$$

Из этих функций можно построить две несимметризованные функции

$$\Psi_1(a,b) = \Psi_1(a) \Psi_1(b),$$

$$\Psi_2(a,b) = \Psi_2(a) \Psi_2(b).$$

Состояния $\Psi_1(a,b)$ и $\Psi_2(a,b)$ соответствуют одной и той же энергии. Из функций $\Psi_1(a,b)$ и $\Psi_2(a,b)$ можно построить две

симметризованные комбинации, отвечающих той же энергии. Симметричную комбинацию $\Psi_2(a) \Psi_2(b)$

$$\Psi_{\text{сим}} = \Psi_1(a) \Psi_1(b) + \Psi_2(a) \Psi_2(b)$$

и антисимметричную комбинацию $\Psi_2(a) \Psi_2(b)$

$$\Psi_{\text{антисим}} = \Psi_1(a) \Psi_1(b) - \Psi_2(a) \Psi_2(b).$$

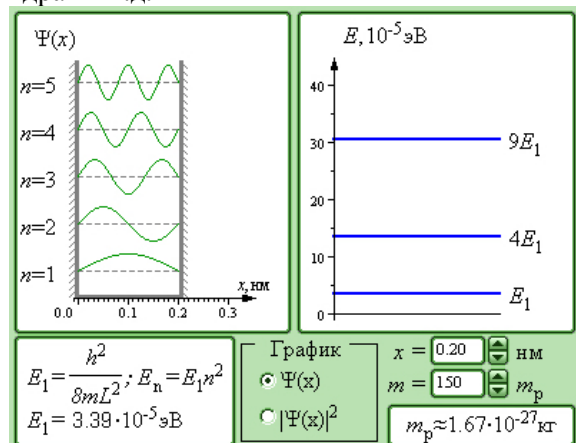
Симметричными волновыми функциями описываются частицы с целым спином - **бозоны** (пионы, фотоны, альфа-частицы, ...). (На связь между симметрией волновой функции и спином впервые указал Паули).

Бозоны подчиняются статистике Бозе - Эйнштейна. В одном квантовом состоянии может одновременно находиться неограниченное количество тождественных бозонов.

Антисимметричными волновыми функциями описываются частицы с полуцелым спином - **фермионы** (протоны, нейтроны, электроны, нейтрино, ...). Фермионы подчиняются статистике Ферми - Дирака. Для фермионов справедлив принцип Паули - Два тождественных фермиона не могут одновременно находиться в одном и том же состоянии. Если $a \equiv b$ и $\Psi_1 = \Psi_2$, то при перестановке местами a и b антисимметричная функция

$$\Psi_{\text{антисим}} = 0.$$

Принцип Паули определяет строение электронных оболочек атомов, заполнение нуклонных состояний в ядрах и т.д.



6. Основные соотношения релятивистской физики

Преобразование Лоренца.

Математическую основу теории относительности составляют преобразования Лоренца координат x, y, z и времени t, при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой инерциальной системе. Если система (x',y',z') движется со скоростью v относительно неподвижной системы (x,y,z) вдоль оси z, то координаты (x,y,z) и время t неподвижной и подвижной систем (x',y',z', t') связаны соотношением

$$x' = x, y' = y, z' = \Upsilon(z - vt), t' = \Upsilon(t - \beta z/c), \quad (1)$$

где $\beta = v/c$, $\Upsilon = 1/(1 - \beta^2)^{1/2}$.

Для полной энергии E и импульса p преобразования Лоренца имеют вид

$$E = (E' + vp')\Upsilon, p_x = p'_x, p_y = p'_y, p_z = (p'_z + vE'/c^2). \quad (2)$$

Энергия и импульс частицы.

Полная энергия и импульс частицы определяются соотношениями

$$E = mc^2\gamma, \quad (3)$$

$$p = \gamma mv = E/(c^2v). \quad (4)$$

Полная энергия и импульс частицы зависят от системы отсчета. Масса не меняется при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой. Она является лоренцевым инвариантом. Полная энергия импульс и масса связаны соотношением

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4, \quad (4)$$

где E , p и m - полная энергия, импульс и масса частицы, c - скорость света в вакууме. Из соотношения (3) и (4) следует, что если энергия E и импульс p измеряются в двух различных системах движущихся друг относительно друга со скоростью v , то энергия и импульс будут иметь в этих системах различные значения. Однако величина $E^2 - p^2c^2$, которая называется **релятивистский инвариант**, будет в этих системах одинаковой.

Полная и кинетическая энергия связаны между собой соотношением

$$E = T + E_0 = T + mc^2, \quad T = E - mc^2, \quad (5)$$

где T - кинетическая энергия частицы, E_0 - энергия покоя частицы. Из (4) и (5) можно получить соотношение связывающее импульс p и кинетическую энергию T частицы

$$p = (T^2 + 2Tmc^2)^{1/2}/c \quad (6)$$

Можно выделить два предельных случая

1. Ультрарелятивистский. Кинетическая энергия частицы много больше ее энергии покоя $T \gg mc^2$

$$p = T/c \text{ или } T = cp. \quad (7a)$$

2. Классический. Кинетическая энергия частицы много меньше ее энергии покоя $T \ll mc^2$

$$p = (2Tm)^{1/2} \text{ или } T = p^2/2m. \quad (7b)$$

Время жизни частицы.

Время жизни частицы в лабораторной системе $\tau_{\text{лаб}}$ связано с временем жизни частицы в системе покоя частицы τ соотношением

$$\tau_{\text{лаб}} = \gamma \tau. \quad (8)$$

Замедление течения времени наблюдается в процессах распада нестабильных частиц, движущихся с релятивистскими скоростями. Используя соотношение (5) можно записать полную энергию частицы в виде

$$E = T + mc^2 = mc^2/(1 - \beta^2)^{1/2} = \gamma mc^2 \quad (9)$$

и формулу (8) преобразовать к виду

$$\tau_{\text{лаб}} = \tau(E/mc^2) = \tau(T + mc^2)/mc^2.$$