

Передача информации - физический процесс, посредством которого осуществляется перемещение информации в пространстве. Данный процесс характеризуется наличием таких компонентов, как источник информации, приёмник информации, носитель информации и среда передачи. Передача информации в основном заключается в передаче данных, перенос которых осуществляется в виде сигналов средствами электросвязи. Передача данных может быть аналоговой или цифровой (то есть поток двоичных сигналов), а также модулирован посредством аналоговой модуляции, либо посредством цифрового кодирования.

В данной лекции мы рассмотрим линии связи и каналы передачи информации. Основное внимание уделим передаче информации по дискретным и непрерывным каналам связи, в том числе – зашумлённым.

1. ЛИНИЯ СВЯЗИ

В теории информации изучают свойства процессов, которые имеют место при передаче информации на расстояние при помощи сигналов. При этом большое значение имеют понятия качества и скорости передачи информации. Качество передачи информации тем выше, чем меньше искажения информации на приёмной стороне. С увеличением скорости передачи информации требуется принимать специальные меры, препятствующие потерям информации и снижению качества передачи информации.

Круг проблем составляющих основное содержание раздела теории информации, связанного с техногенной системой связи можно охарактеризовать как исследование методов кодирования для экономического представления сообщений различных источников сообщений и для надежной передачи сообщений по каналам связи с шумом.

Прикладной раздел теории информации базируется на статистическом описании источников сообщений и каналов связи. Здесь большое значение имеет измерение количества информации между сообщениями определяемого исключительно вероятностными свойствами сообщений и не от каких других их свойств независящих. На основе теории информации можно ответить на вопросы о предельных возможностях (т.е. о максимально достижимых характеристиках) различных технических систем связи, определить в какой мере проектируемая система уступает теоретически возможной.

В информационном взаимодействии с окружающей средой человек ограничен возможностями собственных органов чувств. Однако спектр процессов, на основе которых производится передача информации, может быть расширен за счет использования средств связи.

Информация передается в виде сообщений от некоторого источника информации к её приёмнику посредством канала связи между ними. Источник посылает передаваемое **сообщение**, которое кодируется в передаваемый сигнал. Этот сигнал посылается по каналу связи. В результате в приёмнике появляется принимаемый сигнал, который декодируется и становится принимаемым сообщением. Передача информации по каналам связи часто сопровождается воздействием помех, вызывающих искажение и потерю информации. В технике сообщения передают с помощью сигналов, которые являются носителями информации. Основным видом сигналов являются электрические сигналы. В последнее время всё большее распространение получают оптические сигналы, например, в волоконно-оптических линиях передачи информации.

Сообщение - наименьший элемент языка, имеющий идею или смысл, пригодный для общения. В информатике - форма представления информации, имеющая признаки начала и конца, предназначенная для передачи через среду связи. Также форма предоставления информации, совокупность знаков или первичных сигналов, содержащих информацию. Обычно сообщение передается в виде предложения или условного знака. Конкретная форма сообщения называется представлением. Одно и то же сообщение может быть представлено различными способами. Переход от представления к значению сообщения называется интерпретацией.

Жизненный цикл сообщения выглядит следующим образом:

- Отправитель кодирует идею или мысль в сообщение,
- передаёт сообщение через среду общения получателю.
- Получатель получает сообщение и декодирует смысл.

Типы сообщений: запрос/вопрос, ответ, команда, повествование, уведомление, предложение.

Средства связи – совокупность устройств, обеспечивающих преобразование первичного сообщения от источника информации в сигналы заданной физической природы, их передачу, прием и представление в форме удобной потребителю.

Сигнал - изменение физической величины, передающее информацию, закодированную определённым способом. В просторечии может употребляться как синоним слова сообщение. Термин наиболее широко применяется в областях науки и техники, связанных с обработкой и передачей информации, в кибернетике, электронике, радиотехнике, технике связи и др. **Сигнал** в информационной системе, в программировании - набор переданных и принятых данных, передающий информацию, закодированную определённым способом. Антонимами к слову сигнал, в зависимости от контекста, являются термины шум и помеха.

Средств связи существует множество: почта, телефон, радио, телевидение, компьютерные сети и пр. Пример: матрос совершает особые взмахи флажками. Лишь увидев его, мы получаем информацию. Но зная расшифровку жестов, мы можем получить реальную информацию от матроса.

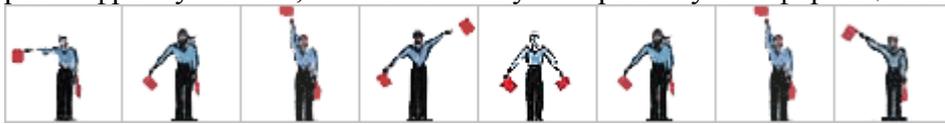
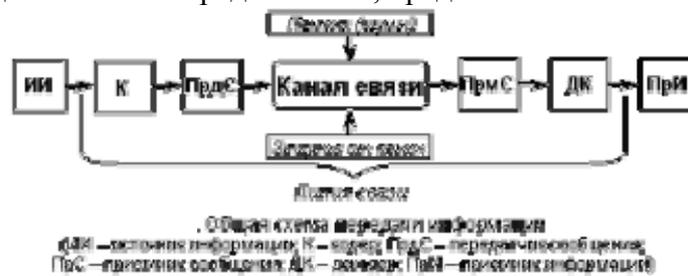


Рис. 1. Последовательность жестов, означающая: «внимание».

Человечество изобрело много способов передачи информации посредством электричества. Телеграф это одно из самых первых способов передачи информации посредством электричества. Для того, чтобы передавать информацию через телеграф была придумана специальная азбука – азбука Морзе. Высокий потенциал в течении короткого времени назвали точкой, высокий потенциал в течении длительного времени назвали тире. Определенная последовательность точек и тире обозначает одну букву. Например, последовательность точка, точка, точка, пауза, тире, тире, тире, пауза, точка, точка, точка передает информацию о бедствии – SOS.

Можно выделить общие элементы средств связи, представленные на Рис. 1.



Канал связи – это материальная среда, а также физический или иной процесс, посредством которого осуществляется передача сообщения, т.е. распространение сигналов в пространстве с течением времени.

Каналы связи в зависимости от характера сигналов, передаваемых по ним подразделяются на **дискретные** и **аналоговые**. Примером дискретного канала является компьютерная сеть; аналогового – телефонная линия и радиоканал.

Ниже приведены примеры некоторых каналов связи.

Табл. 1. Примеры каналов связи

Канал связи	Среда	Носитель сообщения	Процесс, используемый для передачи сообщения
Почта, курьеры	Среда обитания человека	Бумага	Механическое перемещение носителя
Телефон, компьютерные сети	Проводник	Электрический ток	Перемещение электрических зарядов
Радио, телевидение	Электромагнитное поле	Электромагнитные волны	Распространение электромагнитных волн
Зрение	Электромагнитное поле	Световые волны	Распространение световых волн
Слух	Воздух	Звуковые волны	Распространение звуковых волн
Обоняние, вкус	Воздух, пища	Химические вещества	Химические реакции
Осязание	Поверхность кожи	Объект, воздействующий на органы осязания	Теплопередача, давление

Любой реальный канал связи подвержен внешним воздействиям, а также в нем могут происходить внутренние процессы, в результате которых искажаются передаваемые сигналы и, следовательно, связанная с ними информация. Такие воздействия называются **шумами (помехами)**. Источники помех могут быть внешними, например, так называемые "наводки" от мощных потребителей электричества или атмосферных явлений, приводящие к появлению нарушений в радиосвязи; одновременное действие нескольких близко расположенных однотипных источников (одновременный разговор нескольких человек). К помехам могут приводить и внутренние особенности данного канала, например, физические неоднородности носителя; паразитные явления в шинах; процессы затухания сигнала в линии связи из-за большой удаленности. Если

уровень помех оказывается соизмерим с интенсивностью несущего сигнала, то передача информации по данному каналу оказывается вообще невозможной. Однако и при относительно низких уровнях шумов они могут вызывать искажения передаваемых сигналов и, следовательно, частичную потерю связанной с ними информации. Существуют и применяются методы защиты от помех, например, экранирование электрических линий связей; улучшение избирательности приемного устройства и т.д. Другим способом защиты от помех является использование специальных методов кодирования информации, о чем речь пойдет ниже.

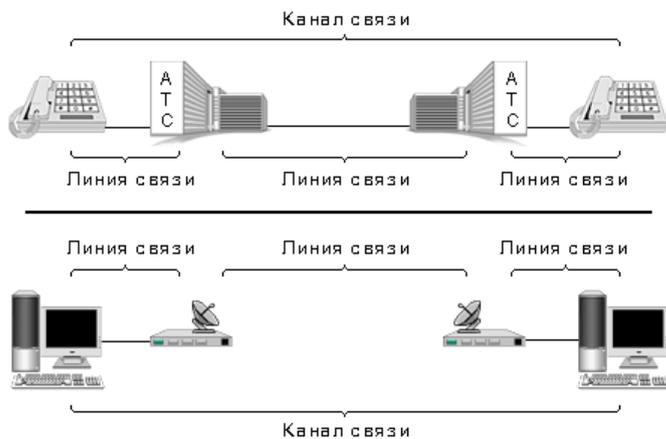
Шум - беспорядочные колебания различной физической природы, отличающиеся сложностью временной и спектральной структуры.

Электромагнитная помеха - нежелательное физическое явление или воздействие электрических, магнитных или электромагнитных полей, электрических токов или напряжений внешнего или внутреннего источника, которое нарушает нормальную работу технических средств, или вызывает ухудшение технических характеристик и параметров этих средств. Для целей радиоэлектронной борьбы применяют преднамеренное электромагнитное воздействие, направленное на объект, которое является для него нежелательным, т. е. помехой. По происхождению помехи разделяются на естественные и искусственные.

После прохождения вторичного сообщения по каналу связи оно попадает в **приёмное устройство**, где одновременно преобразуется в форму, необходимую для дальнейшей интерпретации. Если перед передачей применялось кодирование, после приёма вторичное сообщение направляется в **декодер** (ДК) и лишь затем – к получателю (потребителю) информации. При этом декодер может быть совмещен с **преобразователем** (например, телеграфный аппарат или компьютер) или с приемником информации (радиостанция, принимающий сигналы азбуки Морзе и интерпретирующий их).

Понятие **линия связи** охватывает все элементы представленной на **Рис.1** схемы от источника до приемника информации.

Линия связи – совокупность средств связи и канала связи, посредством которых осуществляется передача информации от источника к приемнику.



Характеристиками любой линии связи являются **скорость**, с которой возможна передача сообщения в ней, а также **степень искажения сообщения** в процессе передачи. Из этих параметров вычленим те, что относятся непосредственно к каналу связи, т.е. характеризуют среду и процесс передачи. При этом мы затронем только вопросы передачи по **дискретному каналу связи**.

2. ИСТОЧНИКИ СООБЩЕНИЙ

Источник информации - объект или субъект, порождающий информацию и представляющий её в виде сообщения, т.е. последовательности сигналов.

Источник сообщений – это то, что вырабатывает сообщения. Это устная речь, письмо, газеты, книги, сообщения по радио, телевидению, результаты измерений, представленные в виде последовательности цифр и т. д. Сообщение может поступать в форме последовательности каких-либо кодовых знаков. Нас интересует источник с математической точки зрения, так чтобы можно было отличать источники друг от друга с каких-то обобщенных позиций. С математической точки зрения, под источником информации понимают множество возможных сообщений с заданной на этом множестве вероятностной мерой. Различают дискретные источники и непрерывные. Различие между ними в том, что элементы в дискретном случае образуют счётное множество, а в непрерывном – несчётное множество (континуум).

Дискретный источник определен, если перечислены все его возможные сообщения и указаны их вероятности.

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$$

$$p(x_1), p(x_2), p(x_3), \dots, p(x_m), \quad \sum_{i=1}^m p(x_i) = 1,$$

Тогда энтропия источника, или количество информации, приходящееся в среднем на одно сообщение, будет составлять:

$$H(X) = -\sum_{i=1}^m p(x_i) \log p(x) \quad (1)$$

Это простейшая модель источника сообщений. Реальные источники характеризуются тем, что между элементарными сообщениями существуют статистические связи.

Источник (3.1) является моделью первого, самого грубого приближения. Модель второго приближения учитывает статистику взаимосвязей между соседними буквами $p(x_j/x_i)$. Модель третьего приближения учитывает связи между тремя соседними буквами $p(x_k/x_i x_j)$ и т.д.

$$H_2 = -\sum_i \sum_j p(x_i, x_j) \log p(x_j / x_i)$$

$$H_3 = -\sum_i \sum_j \sum_k p(x_i, x_j, x_k) \log p(x_k / x_i x_j)$$

Известно, что $H(X_2/X_1) \leq H(X)$, $H(X_3/X_1 X_2) \leq H(X_2/X_1)$ и т. д., поэтому энтропии разных степеней приближения составляют монотонно убывающий ряд: $H_0 \geq H_1 \geq H_2 \geq H_3 \geq \dots \geq H_{n-1} \geq H_n$, где H_0 – модель источника без учета статистических характеристик

$$H_0 = \log n.$$

По мере возрастания номера убывание замедляется, и вся цепочка стремится к некоторому пределу $H_R = \lim_{n \rightarrow \infty} H_n$.

Например, если возьмем 32 буквы русского алфавита, то значение энтропии будет убывать в зависимости от номера модели

$$H_0 = \log 32 = 5 \text{ бит} \quad H_1 = -\sum_{i=1} p(x_i) \log p(x_i) = 4,42 \text{ бит}$$

Так как между буквами алфавита существуют взаимосвязи, например в русском языке довольно часто встречаются сочетания: тся, ает, щий и т.д., но нет сочетаний аь, иы и т.д., то модели более высоких номеров будут иметь все меньшее значение энтропии и в пределе стремиться к минимально возможному значению.

Энтропия характеризует среднее количество информации, приходящееся на один символ сообщения. Если источник выдает n символов в секунду, то скорость выдачи информации будет составлять $R_{\text{и}} = nH$.

3. КАНАЛЫ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ

Передача информации - физический процесс, посредством которого осуществляется перемещение информации в пространстве. Данный процесс характеризуется наличием следующих компонентов: источник информации; приёмник информации; носитель информации; среда передачи.



В процессе передачи информации обязательно участвуют *источник* и *приёмник* информации: первый передает информацию, второй ее получает. Между ними действует канал передачи информации - *канал связи*.

Канал связи - совокупность технических устройств, обеспечивающих передачу сигнала от источника к получателю.

Кодирующее устройство - устройство, предназначенное для преобразования исходного сообщения источника к виду,

удобному для передачи.

Декодирующее устройство - устройство для преобразования кодированного сообщения в исходное.

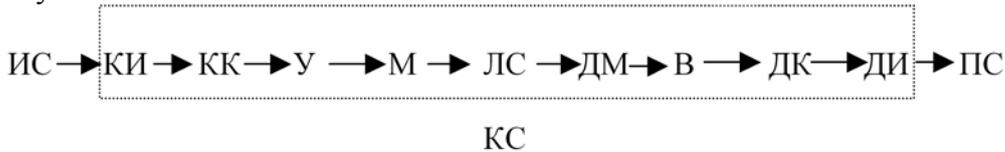
Деятельность людей всегда связана с передачей информации. В процессе передачи информация может теряться и искажаться: искажение звука в телефоне, атмосферные помехи в радио, искажение или затемнение изображения в телевидении, ошибки при передачи в телеграфе. Эти помехи, или, как их

называют специалисты, шумы, искажают информацию. К счастью, существует наука, разрабатывающая способы защиты информации - **криптология**.



Рис. 2. Схема информационного канала

Схема передачи информации с использованием средств информационной техники представлена на рисунке:



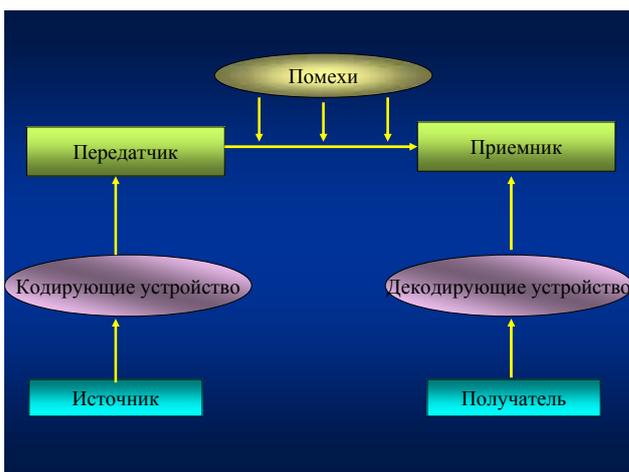
Здесь: **ИС** – источник сообщения. Он регистрирует (фиксирует) информацию на каком-либо носителе, в результате чего образуется сигнал. Может выполнять в целом первую фазу обращения информации, а также криптографическое кодирование. В роли ИС могут выступать сканеры, факсимильные аппараты, клавиатуры, компьютеры и т.д. **Ки** – кодер источника. Выполняет эффективное кодирование информации в сигнале в случае необходимости. Данный элемент может отсутствовать в схеме. **КК** – кодер канала. На него возложены функции помехозащищённого кодирования, если передаваемый сигнал подвержен помехам. **У** – уплотнитель сигнала. Способствует передаче нескольких сигналов по одной линии связи ЛС. Может отсутствовать в схеме. **М** – модулятор сигнала. Изменяет информационные характеристики сигналов-носителей, накладывая на него дискретный сигнал. **ЛС** – линия связи – физическая среда (например, воздух, электрическое или магнитное поле) и технические средства в ней, который используются для передачи сигнала на расстояние. **ДМ** – демодулятор. Выполняет выделение дискретного сигнала из сигнала-носителя. Имеет место в схеме только при наличии модулятора М. **В** – устройство выделения уплотненного сигнала. Имеет место в схеме только при наличии уплотнителя У. **ДК** – декодер канала. Выявляет и/или исправляет ошибки, допущенные при передаче сигнала по линии связи ЛС. Присутствует в схеме только при наличии кодера канала КК. **Ди** – декодер источника. Декодирует эффективные коды. Присутствует в схеме только при наличии кодера источника Ки. **ПС** – получатель сообщения. В его роли может выступать компьютер, принтер, дисплей и т.д. **КС** – канал связи. Технически блоки модулятор (М) и демодулятор (ДМ) реализованы в одном устройстве, которое называется модем (**МО**дулятор-**ДЕМ**одулятор). Аналогично блоки кодеров (Ки и КК) и декодеров (Ди и ДК) реализованы технически в одном устройстве, называемом кодек (**КО**дер-**ДЕК**одек). Блоки уплотнитель У и блок выделения сигнала В образуют мультиплексор.

Каналы передачи сообщений характеризуются *пропускной способностью* и *помехозащищённостью*.

Каналы передачи данных делятся на *симплексные* (с передачей информации только в одну сторону (телевидение)) и *дуплексные* (по которым возможно передавать информацию в оба направления (телефон, телеграф)). По каналу могут одновременно передаваться несколько сообщений. Каждое из этих сообщений выделяется (отделяется от других) с помощью специальных фильтров. Например, возможна фильтрация по частоте передаваемых сообщений, как это делается в радиоканалах. Пропускная способность канала определяется максимальным количеством символов, передаваемых ему в отсутствие помех. Эта характеристика зависит от физических свойств канала. Для повышения помехозащищённости канала используются специальные методы передачи сообщений, уменьшающие влияние шумов. Например, вводят лишние символы. Эти символы не несут действительного содержания, но используются для контроля правильности сообщения при получении.

Жизненный цикл сообщения выглядит следующим образом:

- отправитель кодирует идею или мысль в сообщение,
 - передаёт сообщение через среду общения получателю.
 - получатель получает сообщение и декодирует смысл.
- Типы сообщений: запрос/вопрос, ответ, команда, повествование, уведомление, предложение.



В информационных системах существуют следующие виды сообщений.

Дискретное сообщение является конечной последовательностью отдельных символов. Для преобразования дискретного сообщения в сигнал необходимо выполнить операцию кодирования сообщения, при котором повышается скорость и помехоустойчивость передачи информации.

Непрерывное сообщение определяется непрерывной функцией времени. Непрерывные сообщения можно передавать дискретными методами. Для этого непрерывный сигнал (сообщение) подвергают дискретизации во времени и квантованию по уровню. На приёмной стороне выполняется восстановление непрерывной функции по дискретным отсчётам.

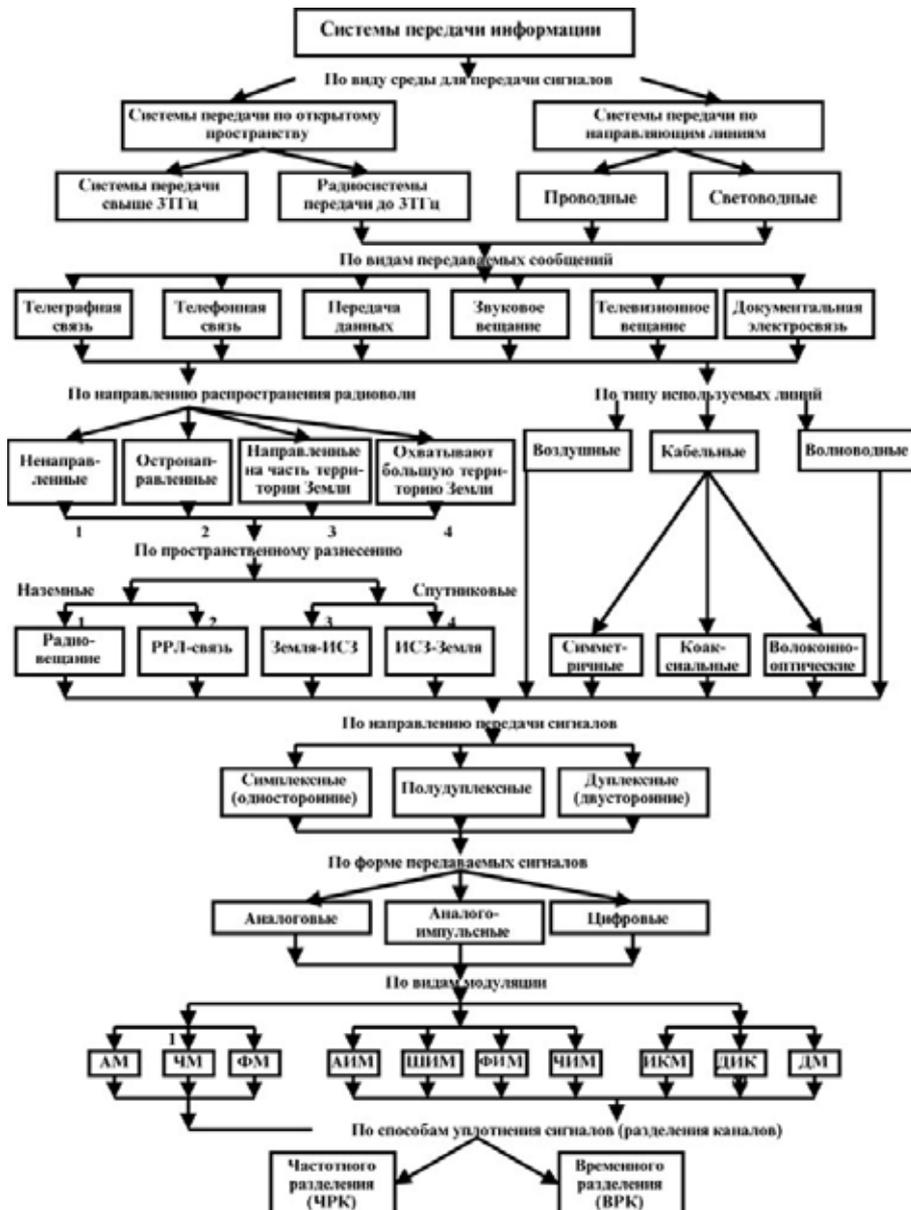


Рис. 3. Системы передачи информации

При математическом описании сообщений формирование дискретных сообщений рассматривают как последовательный случайный выбор того или иного символа из алфавита источника сообщений, т.е. как формирование дискретной случайной последовательности. Формирование непрерывных сообщений представляет собой выбор реализаций (случайных функций) непрерывного случайного процесса. Основными информационными характеристиками являются количество информации в сообщениях, избыточность сообщений, энтропия, производительность источника сообщений, скорость передачи информации.

Передача информации

Для рассмотрения вопросов передачи информации удобно представлять себе, что **получатель** задает **отправителю** вопросы, допускающие только ответы "да" или "нет", так что отправителю остается только выбирать ответы в соответствии со смыслом передаваемого сообщения.

Если они заранее договорятся о стандартной последовательности вопросов, необходимость задавать вопросы отпадет. Эта стандартная последовательность вопросов и есть **код**. Можно говорить о наилучшем (или наиболее экономном) коде.

Например, чтобы угадать задуманное число от 1 до 100 глупо спрашивать про все числа по очереди: "Это не 0?" "А может 1?". Гораздо разумнее разбить числа на группы и последовательно сужать поиск, например: "Это число больше 50?" – "Нет" "Оно больше 25?" и т.д. Важно, что последовательность вопросов (код) заготовлена заранее и известна и отправителю и получателю.

Пропускная способность канала связи

Канал связи можно изобразить следующим образом

(отправитель) → (кодирование) → (декодирование) → (получатель).

Предполагается, что известна вся совокупность потенциально передаваемых сообщений – «ансамбль сообщений» (x_1, x_2, \dots, x_n) , а также известны частоты (вероятности) передаваемых сообщений (p_1, p_2, \dots, p_n) . Источник сообщений характеризуется энтропией

$$H(X) = -\sum p_i \log_2 p_i$$

Канал связи имеет дело не с сообщениями x , а с символами кода z .

Будем рассматривать только двоичные коды: 0, 1.

Для символов кода и их комбинаций можно вычислить свою энтропию. Чем она больше, тем больше информации можно передать по каналу. Максимально возможное количество информации, которое можно передать в единицу времени называется **пропускной способностью канала связи**

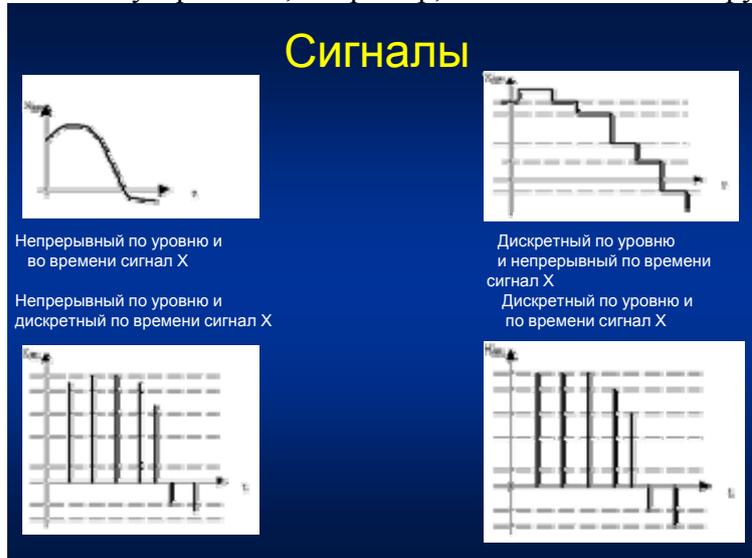
$$C = \max_{(\text{допустимые коды } z)} I_{\Delta t}(z)$$

4. СИГНАЛЫ

Важно различать три основные понятия: данные, сигнал, передача.

Данные – то, с помощью чего мы описываем явление или объект. Данные имеют разную природу. Если информация представлена в виде аудио или видео данных, то мы говорим об аналоговых данных. Если она представлена в виде текста, то это цифровые данные. Это не означает, что, например, аудио данные нельзя представить в цифровом виде. Это сделать можно, но потребует дополнительных усилий. Сигнал – представление данных. Передача – процесс взаимодействия передатчика и приёмника с целью получения приемником сигналов от передатчика.

Акустические волны имеют непрерывный характер, т.е. значения их основных параметров, например, амплитуды, частоты, меняются со временем непрерывно. Другой пример - видео данные. Яркость изображения, его контрастность также имеют непрерывный характер. Совсем иное дело текст. Он представлен символами, которые проще представлять в виде кодов, например, наборов из нулей и единиц. Эти коды могут быть легко представлены в дискретном или цифровом виде. Коды могут иметь достаточно сложное устройство, например, если мы хотим обнаруживать или исправлять ошибки при передаче.



Для того чтобы сообщение можно было передать получателю, необходимо воспользоваться некоторым физическим процессом, способным с некоторой скоростью распространяться от источника к получателю сообщения. Изменяющийся во времени физический процесс, отражающий передаваемое сообщение называется сигналом.

Сигнал - изменение физической величины, передающее информацию, кодированную определённым способом. В просторечии употребляется как синоним слова сообщение. Термин применяется в областях науки и техники, связанных с обработкой и передачей информации, в кибернетике, электронике, радиотехнике, технике связи и др.

Сигнал в информационной системе - набор переданных и принятых данных, передающий информацию, кодированную определённым способом.

В биологии сигнал - событие, имеющее регуляторное/управленческое значение в той системе, в которой оно опознается и потому значимо для неё. В живой клетке сигнал - это событие, имеющее регуляторное значение для функционирования клетки.

Сигнал - физический процесс, содержащий в себе некоторую информацию. На практике чаще всего используются электрические сигналы. При этом носителем информации является изменяющийся во времени ток или напряжение в электрической цепи. Электрические сигналы легче обрабатывать, чем другие, они хорошо передаются на большие расстояния. Математическая модель представления сигнала, как функции времени, является основополагающей концепцией теоретической радиотехники, оказавшейся плодотворной как для анализа, так и для синтеза радиотехнических устройств и систем. В радиотехнике альтернативой сигналу, который несёт полезную информацию, является шум - обычно случайная функция времени, взаимодействующая (например, путем сложения) с сигналом и искажающая его. Основной задачей теоретической радиотехники является извлечение полезной информации из сигнала с обязательным учётом шума.

Шум - беспорядочные колебания различной физической природы, отличающиеся сложностью временной и спектральной структуры.

Выделяют аналоговые, дискретные, квантованные и цифровые сигналы.

Аналоговые и цифровые сигналы коренным образом отличаются друг от друга. Условно можно сказать, что они находятся на разных концах одного и того же спектра. Из-за таких существенных различий между двумя типами сигналов для организации «моста» между ними приходится использовать промежуточные устройства, наподобие цифро-аналоговых преобразователей.

Аналого-цифровой преобразователь (АЦП) - устройство, преобразующее входной аналоговый сигнал в дискретный код (цифровой сигнал). Обратное преобразование осуществляется при помощи ЦАП (цифро-аналогового преобразователя).

Цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП) - устройство для преобразования цифрового (обычно двоичного) кода в аналоговый сигнал (ток, напряжение или заряд). Цифро-аналоговые преобразователи являются интерфейсом между дискретным цифровым миром и аналоговыми сигналами.

Аналоговый сигнал - сигнал, область определения которого непрерывное пространство, т. е. пространство, не являющееся дискретным. Аналоговые сигналы описываются непрерывными функциями времени, поэтому аналоговый сигнал иногда называют *непрерывным сигналом*.

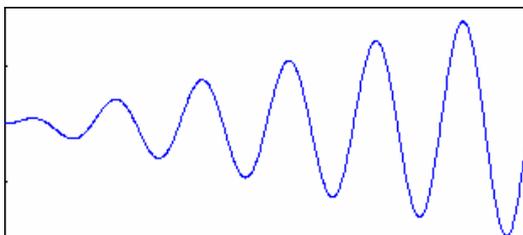


Рис. 4. Аналоговый сигнал

Аналоговый сигнал - сигнал, величина которого непрерывно изменяется во времени. Аналоговый сигнал обеспечивает передачу данных путем непрерывного изменения во времени амплитуды, частоты либо фазы.

Аналоговые сигналы естественным образом передают речь, музыку и изображения. Для использования аналоговых сигналов в системах и сетях осуществляется квантование и аналого-дискретное преобразование.

Аналоговый сигнал - представление данных в виде непрерывно меняющихся значений. Аналоговый электрический сигнал характеризуется различными значениями напряжения или тока (вольт или ампер) и является электрическим представлением исходного возбуждения (звука, света) в пределах динамического диапазона системы

Большинство сигналов имеют аналоговую природу, то есть изменяются непрерывно во времени и могут принимать любые значения на некотором интервале. Аналоговые сигналы описываются некоторой математической функцией времени.

Пример АС - гармонический сигнал - $s(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$. Аналоговые сигналы используются в телефонии, радиовещании, телевидении. Ввести такой сигнал в компьютер и обработать его невозможно, так как на любом интервале времени он имеет бесконечное множество значений, а для точного (без погрешности) представления его значения требуются числа бесконечной разрядности. Поэтому необходимо преобразовать аналоговый сигнал так, чтобы можно было представить его последовательностью чисел заданной разрядности.

Различают два пространства сигналов - пространство L (непрерывные сигналы), и пространство l - пространство последовательностей. Пространство l - пространство коэффициентов Фурье (счетного набора чисел, определяющих непрерывную функцию на конечном интервале области определения), пространство L - пространство непрерывных по области определения (аналоговых) сигналов. При некоторых условиях, пространство L однозначно отображается в пространство l (см. первые две теоремы дискретизации Котельникова).

Аналоговые сигналы описываются непрерывными функциями времени, поэтому аналоговый сигнал иногда называют непрерывным сигналом. Аналоговым сигналам противопоставляются дискретные (квантованные, цифровые). Примеры непрерывных пространств и соответствующих физических величин: прямая: электрическое напряжение; окружность: положение ротора, колеса, шестерни, стрелки аналоговых часов, или фаза несущего сигнала; отрезок: положение поршня, рычага управления, жидкостного термометра или электрический сигнал, ограниченный по амплитуде; различные многомерные пространства: цвет, квадратурно-модулированный сигнал.

Свойства аналоговых сигналов:

- Отсутствие чётко отличимых друг от друга дискретных уровней сигнала приводит к невозможности применить для его описания понятие *информации* в том виде, как она понимается в цифровых технологиях. Содержащееся в одном отсчёте «количество информации» будет ограничено лишь динамическим диапазоном средства измерения.

- Отсутствие избыточности. Из непрерывности пространства значений следует, что любая помеха, внесенная в сигнал, неотличима от самого сигнала и, следовательно, исходная амплитуда не может быть восстановлена. В действительности фильтрация возможна, например, частотными методами, если известна какая-либо дополнительная информация о свойствах этого сигнала (в частности, полоса частот).

Аналоговые сигналы часто используют для представления непрерывно изменяющихся физических величин. Например, аналоговый электрический сигнал, снимаемый с термопары, несет информацию об изменении температуры, сигнал с микрофона - о быстрых изменениях давления в звуковой волне, и т. п.

Дискретный сигнал

Дискретизация аналогового сигнала состоит в том, что сигнал представляется в виде последовательности значений, взятых в дискретные моменты времени. Эти значения называются *отсчётами*. Δt называется *интервалом дискретизации*.

Частота дискретизации (или **частота семплирования**) - частота взятия отсчётов непрерывного во времени сигнала при его дискретизации (в частности, аналого-цифровом преобразователем). Измеряется в Герцах. Термин применяется и при обратном, цифро-аналоговом преобразовании, особенно если частота дискретизации прямого и обратного преобразования выбрана разной (Данный приём, называемый также «Масштабированием времени», встречается, например, при анализе сверхнизкочастотных звуков, издаваемых морскими животными). Чем выше частота дискретизации, тем более широкий спектр сигнала может быть представлен в дискретном сигнале. Как следует из теоремы Котельникова, для того чтобы однозначно восстановить исходный сигнал, частота дискретизации должна более чем в два раза превышать наибольшую частоту в спектре сигнала.

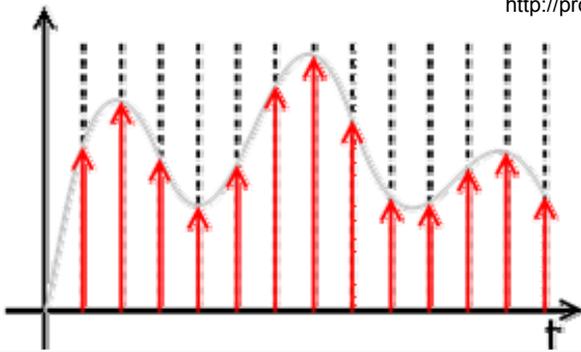


Рис. 5. Дискретный сигнал

Квантованный сигнал

При квантовании вся область значений сигнала разбивается на уровни, количество которых должно быть представлено в числе заданной разрядности. Расстояния между этими уровнями называется шагом квантования Δ . Число этих уровней равно N (от 0 до $N-1$). Каждому уровню присваивается некоторое число. Отсчеты сигнала сравниваются с уровнями квантования и в качестве сигнала выбирается число, соответствующее некоторому уровню квантования. Каждый уровень квантования кодируется двоичным числом с n разрядами. Число уровней квантования N и число разрядов n двоичных чисел, кодирующих эти уровни, связаны соотношением $n \geq \log_2(N)$.

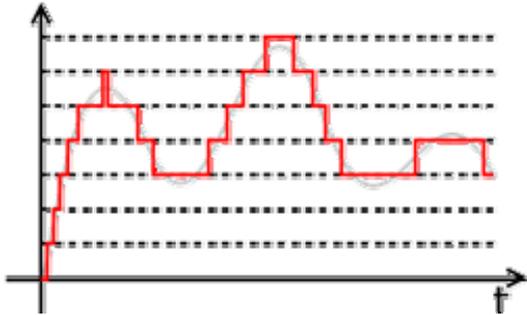


Рис. 6. Квантованный сигнал

Квантование - в информатике разбиение диапазона значений непрерывной или дискретной величины на конечное число интервалов. Существует также векторное квантование - разбиение пространства возможных значений векторной величины на конечное число областей. Квантование часто используется при обработке сигналов, в том числе при сжатии

звука и изображений. Простейшим видом квантования является деление целочисленного значения на натуральное число, называемое коэффициентом квантования.

Однородное (линейное) квантование - разбиение диапазона значений на отрезки равной длины. Его можно представлять как деление исходного значения на постоянную величину (*шаг квантования*) и взятие целой части от частного: $y_q = \left[\frac{y - y_0}{h} \right]$. Не следует путать квантование с дискретизацией (и, соответственно, шаг квантования с частотой дискретизации).

Дискретизация - процесс перевода непрерывного аналогового сигнала в дискретный или дискретно-непрерывный сигнал. Обратный процесс называется *восстановлением*. При дискретизации только по времени, непрерывный аналоговый сигнал заменяется последовательностью отсчётов, величина которых может быть равна значению сигнала в данный момент времени. Возможность точного воспроизведения такого представления зависит от интервала времени между отсчётами Δt . Согласно теореме Котельникова:

$$\Delta t \leq \frac{1}{2F_{\max}}, \text{ где } F_{\max} - \text{наибольшая частота спектра сигнала.}$$

При дискретизации изменяющаяся во времени величина (сигнал) замеряется с заданной частотой (частотой дискретизации), таким образом, дискретизация разбивает сигнал по временной составляющей (на графике - по горизонтали). Квантование же приводит сигнал к заданным значениям, то есть, разбивает по уровню сигнала (на графике - по вертикали). Сигнал, к которому применены дискретизация и квантование, называется цифровым.

При оцифровке сигнала уровень квантования называют также **глубиной дискретизации** или **битностью**. Глубина дискретизации измеряется в битах и обозначает количество бит, выражающих амплитуду сигнала. Чем больше глубина дискретизации, тем точнее цифровой сигнал соответствует аналоговому. В случае однородного квантования глубину дискретизации называют также динамическим диапазоном и измеряют в децибелах (1 бит \approx 6 дБ).

Квантование по уровню - представление величины отсчётов цифровыми сигналами. Для этого диапазон напряжения сигнала от U_{\min} до U_{\max} делится на $2n$ интервалов. Величина получившегося интервала:

$$\Delta = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{2n}.$$

Каждому интервалу присваивается n -разрядный двоичный код - номер интервала, записанный двоичным числом. Каждому отсчёту сигнала присваивается код того интервала, в который попадает значение напряжения этого отсчёта. Таким образом, аналоговый сигнал представляется последовательностью двоичных чисел, соответствующих величине сигнала в определённые моменты

времени, то есть цифровым сигналом. При этом каждое двоичное число представляется последовательностью импульсов высокого (1) и низкого (0) уровня.

Цифровой сигнал – дискретный сигнал, квантованный по амплитуде. Сигналы представляют собой дискретные электрические или световые импульсы. При таком способе вся ёмкость коммуникационного канала используется для передачи одного сигнала. Цифровой сигнал использует всю полосу пропускания кабеля. Дискретный цифровой сигнал сложнее передавать на большие расстояния, чем аналоговый сигнал, поэтому его предварительно модулируют на стороне передатчика, и демодулируют на стороне приёмника информации. Использование в цифровых системах алгоритмов проверки и восстановления цифровой информации позволяет существенно увеличить надёжность передачи информации.

Для того чтобы представить аналоговый сигнал последовательностью чисел конечной разрядности, его следует сначала превратить в дискретный сигнал, а затем подвергнуть квантованию. В результате сигнал будет представлен таким образом, что на каждом заданном промежутке времени известно приближённое (квантованное) значение сигнала, которое можно записать целым числом. Если записать эти целые числа в двоичной системе, получится последовательность нулей и единиц, которая и будет являться цифровым сигналом.

Цифровой сигнал получают из аналогового или синтезируют непосредственно в цифре. Аналого-цифровое преобразование предполагает две основные операции: дискретизация и квантование. Дискретизация - замена непрерывного сигнала рядом отсчетов его мгновенных значений, взятых через равные промежутки времени. По теореме Котельникова - Шенона дискретный сигнал может быть впоследствии полностью восстановлен при условии, что частота дискретизации как минимум вдвое превосходит верхнюю частоту спектра сигнала. Затем отсчеты квантуются по уровню: каждому из них присваивается дискретное значение, ближайшее к реальному. Точность квантования определяется разрядностью двоичного представления. Чем выше разрядность, тем больше уровней квантования ($2N$, где N — число разрядов) и ниже шумы квантования — погрешности из-за округления до ближайшего дискретного уровня.

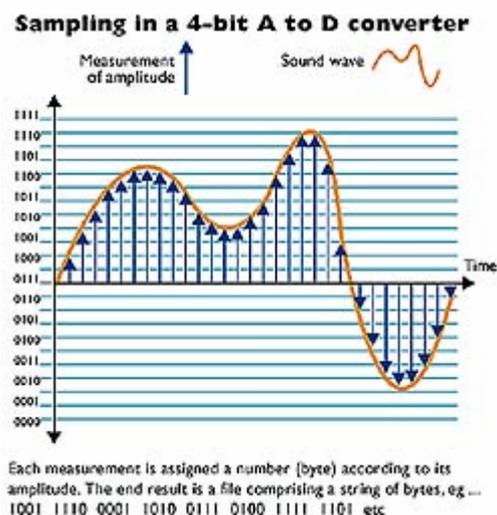


Рис. 7. Оцифровка аналогового сигнала

Все виды информации могут быть представлены при передаче в виде электромагнитных импульсов. В зависимости от среды передачи и организации системы передачи данных могут применять либо аналоговые, либо цифровые сигналы .

Любой сигнал можно рассматривать либо как функцию времени, т.е. то, как различные параметры сигнала изменяются со временем, либо как функцию частоты. Последнее связано с тем, что любой сигнал можно рассматривать как композицию составляющих сигналов, определенной частоты. Такие составляющие сигнала называют гармониками разной частоты. Важной характеристикой сигнала является ширина его полосы, которая покрывает весь спектр частот гармоник, составляющих сигнал. Чем шире эта полоса, тем больше информационная емкость сигнала, но тем более строгие требования такой сигнал предъявляет к той среде, по которой он может эффективно распространяться.

Основную проблему построения системы передачи данных представляет искажение сигнала при передаче. Это происходит под влиянием нескольких причин, основными из которых являются затухание, неравномерность затухания по частоте, искажение формы, разные виды шумов. Шумы возникают вследствие ряда причин, например таких, как термодинамические свойства проводника, взаимные наводки гармоник, составляющих сигнал, внешние электромагнитные воздействия. В случае аналогового сигнала эти искажения носят случайный характер и приводят к потере информации. В случае цифрового сигнала они приводят к ошибкам передачи.

При создании любой системы передачи данных приходится искать компромисс между четырьмя основными факторами: шириной полосы сигнала, скоростью передачи сигнала, уровнем шумов и искажений сигнала, допустимым уровнем ошибок при передаче.

Сообщение - это событие (получение записки, пароля, наблюдение сигнальной ракеты) и является сигналом только в той системе отношений, в которой сообщение опознается значимым (например, в условиях боевых действий сигнальная ракета - событие, значимое только для того наблюдателя, которому оно адресовано).

В технике сигнал - всегда событие: сработал датчик - сигнал; нажатие кнопки – сигнал. Изменение состояния любого компонента технической системы, опознаваемое логикой системы как значимое, является сигналом. Сигнал - значимое событие, но значимо оно не для всех. Событие, неопознаваемое данной системой как значимое сигналом не является. В информатике сообщение - форма представления информации, имеющая признаки начала и конца, предназначенная для передачи через среду связи. Также форма предоставления информации, совокупность знаков или первичных сигналов, содержащих информацию.

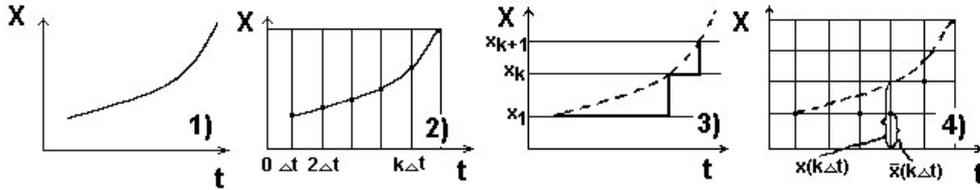
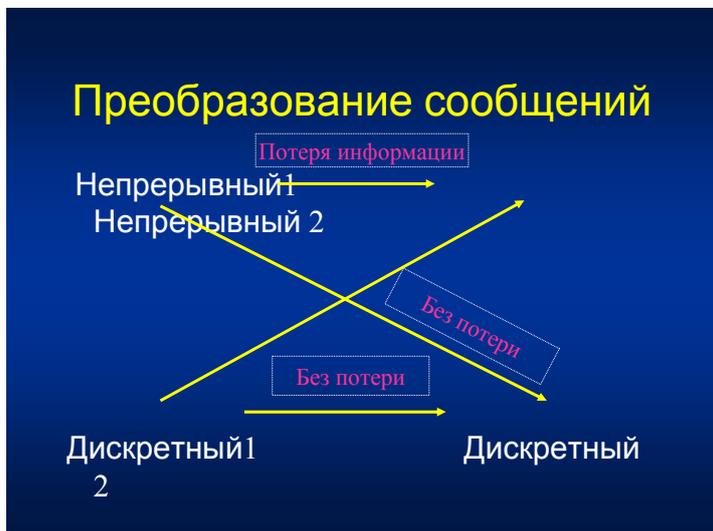


Рис. 8. Типы сигналов.

Сообщение может быть (когда информация представлена в виде первичных сигналов: речь, музыка) а может не быть (когда информация представлена в виде совокупности знаков) функцией времени. Сигнал всегда является функцией времени. В зависимости от того, какие значения могут принимать аргумент (время t) и уровни сигналов их делят на 4 типа.

1) Непрерывный или аналоговый сигналы (случайные сигналы этого типа называются непрерывными случайными процессами). Они определены для всех моментов времени и могут принимать все значения из заданного диапазона. Физические процессы, порождающие сигналы обычно являются непрерывными. Этим и объясняется второе название сигналов данного типа аналоговый, т.е. аналогичный порождающему процессу.

2) Дискретизированный или дискретно непрерывный сигнал (случайный сигнал этого типа называют процессом с дискретным временем или непрерывной случайной последовательностью). Он определен лишь в отдельные моменты времени и может принимать любые значения уровня. Временной интервал Δt между соседними отсчётами называется шагом дискретизации. Часто такие сигналы называют дискретными по времени.



Чем больше это отношение, тем менее заметен шум.

3) Дискретные по уровню или квантованные сигналы (случайные сигналы этого типа называют дискретными случайными процессами). Они определены для всех моментов времени и принимают лишь разрешенные значения уровней отделенные от друг друга на величину шага квантования $\Delta x = x_{k+1} - x_k$.

4) Дискретные по уровню и по времени сигналы (случайные сигналы этого типа называют дискретными случайными последовательностями). Они определены лишь в отдельные разрешенные моменты времени и могут принимать лишь разрешенные значения уровней.

Отношение сигнал/шум - безразмерная величина, равная отношению мощности полезного сигнала к мощности шума. Обычно выражается в децибелах.

$$SNR = \frac{P_{signal}}{P_{noise}} = \left(\frac{A_{signal}}{A_{noise}} \right)^2$$

где P - средняя мощность, а A - среднеквадратичное значение амплитуды. Оба сигнала измеряются в полосе пропускания системы.

$$SNR(dB) = 10 \log_{10} \left(\frac{P_{signal}}{P_{noise}} \right) = 20 \log \left(\frac{A_{signal}}{A_{noise}} \right)$$

На практике отношение сигнал/шум определяют путем измерения напряжения шума и сигнала на



выходе усилителя или другого звуковоспроизводящего устройства среднеквадратичным милливольтметром либо анализатором спектра. Современные усилители и другая высококачественная аудио-аппаратура имеет показатель сигнал/шум около 100-120 дБ.

Как уже было сказано, любой сигнал можно рассматривать как функцию времени, либо как функцию частоты. В первом случае эта функция показывает, как меняются со временем параметры сигнала, например, напряжение или ток. Если эта функция имеет непрерывный характер, то говорят о непрерывном сигнале. Если эта функция имеет дискретный вид, то говорят о дискретном сигнале. Частотное представление функции основано на том факте, что любая функция от вещественной переменной может быть

Развертка по времени

Развертка по времени осуществляется за счет того, что наблюдение за $Z(t)$ (непрерывная функция, описывающая сигнал) проводится не непрерывно, а только в определенные моменты времени с интервалом:

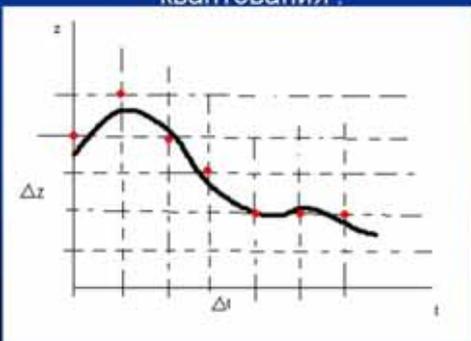
$$\Delta t = \frac{t_n - t_0}{n}$$

представлена в виде ряда Фурье (чем больше гармоник, тем точнее форма сигнала, поэтому сигнал в цифровой форме требует большого числа гармоник, чтобы форма сигнала имела ступенчатый вид). Ясно, что на практике нельзя учесть бесконечно много гармоник. Все их учитывать и не надо потому, что энергия сигнала распределяется не равномерно между гармониками разной частоты. В общем случае соотношение здесь таково, что низкочастотные составляющие несут большую часть энергии. Однако, чем больше составляющих, тем точнее можно воспроизвести вид функции. Ни в какой среде сигнал не может передаваться без

потери энергии. Разные среды искажают форму сигнала и поглощают его энергию в зависимости от частоты сигнала по-разному. С ростом частоты искажения растут. Любая среда передачи ограничивает

Квантование по величине

отображение значения $Z(t)$ в конечное множество чисел, кратных так называемому шагу квантования.



максимальную частоту передаваемого сигнала, а, следовательно, и частоту гармоник, которые можно использовать для аппроксимации функции, описывающей изменение амплитуды сигнала во времени. Тем самым аппроксимация (точность воспроизведения формы) сигнала ухудшается и понижается скорость передачи.

Характеристику канала, определяющую спектр частот, которые физическая среда, из которой сделана линия связи, образующая канал, пропускает без существенного понижения мощности сигнала, называют полосой пропускания канала. Значение слов «существенного понижения мощности» определяется в конкретных случаях. Обычно падение мощности сигнала считают существенным, если оно составляет более 50% ее начального значения. Полосу пропускания канала можно ограничивать искусственно с помощью специального

частотного фильтра. Большое значение также имеет количество уровней, которое может иметь сигнал. Чем больше число уровней сигнала, тем больше информации можно передать за один переход с уровня на уровень. Например, если есть только два уровня сигнала, соответствующие 0 и 1, то для передачи 8-

Теорема отсчетов Котельникова

Непрерывный сигнал можно полностью отобразить и точно воссоздать по последовательности измерений или отсчетов величины этого сигнала через одинаковые интервалы времени, меньшие или равные половине периода максимальной частоты, имеющейся в сигнале.

разрядного кода символа, нам потребуется восемь сигналов. Если же у нас есть сигнал, который может иметь восемь уровней, то потребуется только три таких сигнала, т.е. три изменения уровня сигналов. При этом, если скорости изменения уровня сигнала при его передаче в первом и во втором случаях одинаковы, то скорость передачи данных во втором случае будет выше, более чем в два раза.

При аналоговой и цифровой передачах факторы, искажающие передаваемый сигнал, влияют по-разному. Поскольку при передаче всегда происходит потеря энергии сигнала, то для передачи на большие расстояния передаваемый сигнал надо периодически усиливать. Однако при этом будет усиливаться и шум, примешанный к сигналу при передаче. После серии таких

Достоинства дискретной формы

- высокая помехоустойчивость
- простота и надежность устройств по обработке информации
- точность обработки информации
- универсальность устройств

усиленной форма сигнала может измениться до неузнаваемости. В случае цифровых сигналов это приведет к ошибке передачи, а в случае аналоговых сигналов – искажению или просто потере сигнала.

5. ИЗБЫТОЧНОСТЬ ИНФОРМАЦИИ

Если бы сообщения передавались бы с помощью равновероятных букв алфавита и между собой статистически независимых, то энтропия

таких сообщений была бы максимальной. На самом деле реальные сообщения строятся из не равновероятных букв алфавита с наличием статистических связей между буквами. Поэтому энтропия реальных сообщений – H_p , оказывается много меньше оптимальных сообщений – H_0 . Допустим, нужно передать сообщение, содержащее количество информации, равное I . Источнику, обладающему энтропией на букву, равной H_p , придется затратить некоторое число n_p , т. е. $I = n_p H_p$. Если энтропия источника была бы H_0 , то пришлось бы затратить меньше букв на передачу этого же количества информации $I = n_0 H_0$ $n_0 = I/H_0 < n_p$.

Таким образом, часть букв $n_p - n_0$ являются как бы лишними, избыточными. Таким образом, мера удлинения реальных сообщений по сравнению с оптимально закодированными и

$$D = 1 - \frac{H_p}{H_0} = 1 - \frac{n_0}{n_p} = \frac{n_p - n_0}{n_p} \quad (2)$$

представляет собой избыточность D .

Но наличие избыточности нельзя рассматривать как признак несовершенства источника сообщений. Наличие избыточности способствует повышению помехоустойчивости сообщений. Высокая избыточность естественных языков обеспечивает надежное общение между людьми.

6. КАНАЛЫ СВЯЗИ

6.1 Дискретный канал связи

Характеристиками любой линии связи являются *скорость*, с которой возможна передача сообщения в ней, а также *степень искажения сообщения* в процессе передачи. Рассмотрим их сначала на примере дискретного канала связи.

Дискретный канал – канал связи, используемый для передачи дискретных сообщений.

Упрощенная схема передачи информации по дискретному каналу связи представлена на **Рис. 1**.



Рис. 9. Схема дискретного канала передачи информации

Источник дискретных сообщений (ИДС) использует для представления информации первичный алфавит $\{A\}$. **Первичный кодер (ПК)** кодирует знаки первичного алфавита n элементарными сигналами с алфавитом $\{a\}$. Действие помех в процессе передачи может состоять в том, что алфавит принимаемых сигналов будет отличаться от алфавита входных сигналов как их числом так и характеристиками – пусть это будет алфавит $\{b\}$, содержащий m элементарных сигналов. Несовпадение алфавитов сигналов приводит к тому, что на выходе канала появляются такие комбинации элементарных сигналов, которые не могут быть интерпретированы как коды знаков первичного алфавита. Другими словами, алфавит приемника вторичного сообщения (ПРМДС) $\{B\}$ может не совпасть с алфавитом $\{A\}$. Для простоты будем считать, что декодер вторичных сигналов совмещен с приемником.

Первичный алфавит - множество символов, при помощи которых записываются исходные сообщения.

Вторичный алфавит - множество символов, из которых могут состоять кодовые слова.

Вводя количественные характеристики процесса передачи информации, постараемся выделить из них те, которые зависят только от свойств канала, и те, которые определяются особенностями источника дискретного сообщения.

Дискретный канал считается заданным, если известны:

- время передачи одного элементарного сигнала;
- исходный алфавит элементарных сигналов $\{a\}$, т.е. все его знаки a_i ($i = 1 \dots n$, где n – число знаков алфавита $\{a\}$);
- n значений вероятностей появления элементарных сигналов на входе $p(a_i)$; эти вероятности называются *априорными* (поскольку они определяются не свойствами канала, а источником сообщения, т.е. являются внешними по отношению к каналу и самому факту передачи сообщения);
- алфавит сигналов на выходе канала $\{b\}$, т.е. все знаки b_j ($j = 1 \dots m$, где m – число знаков алфавита $\{b\}$); в общем случае $n \neq m$;
- значения условных вероятностей $p_{ai}(b_j)$, каждая из которых характеризует вероятность появления на выходе канала сигнала b_j при условии, что на вход был послан сигнал a_i ; поскольку эти вероятности определяются свойствами самого канала передачи, они называются *апостериорными*; очевидно, количество таких вероятностей равно $n \cdot m$.

$$\begin{matrix} p_{a_1}(b_1), p_{a_1}(b_2), \dots, p_{a_1}(b_m) \\ p_{a_2}(b_1), p_{a_2}(b_2), \dots, p_{a_2}(b_m) \\ \dots \dots \dots \\ p_{a_n}(b_1), p_{a_n}(b_2), \dots, p_{a_n}(b_m) \end{matrix}$$

Очевидно также, что для каждой строки выполняется условие нормировки:

$$\sum_{j=1}^m p_{a_i}(b_j) = 1 \quad (j = 1 \dots n)$$

Все остальные характеристики дискретного канала могут быть определены через перечисленные параметры.

Дискретный канал называется *однородным*, если для любой пары i и j условная вероятность $p_{ai}(b_j)$ с течением времени не изменяется (т.е. влияние помех все время одинаково).

Дискретный канал называется *каналом без памяти*, если $p(a_i)$ и $p_{ai}(b_j)$ не зависят от места знака в первичном сообщении (т.е. отсутствуют корреляции знаков).

Будем считать, что для передачи используются колебательные или волновые процессы – с практической точки зрения такие каналы представляют наибольший интерес (в частности, к ним относятся компьютерные линии связи).

Введем ряд величин, характеризующих передачу информации по каналу.

6.2 Ширина полосы пропускания

Любой преобразователь, работа которого основана на использовании колебаний (электрических или механических) может формировать и пропускать сигналы из ограниченной области частот. Пример с телефонной связью приводился выше. То же следует отнести и к радио и телевизионной связи – весь частотный спектр разделен на диапазоны (ДВ, СВ, КВ1, КВ2, УКВ, ДМВ), в пределах которых каждая станция занимает свой под диапазон, чтобы не мешать вещанию других.

Полоса пропускания – разница между максимальной и минимальной частотой, которая может быть передана по кабелю. Каждое устройство в таких сетях посылает данные в обоих направлениях, а некоторые могут одновременно принимать и передавать. Узкополосные системы передают данные в виде цифрового сигнала одной частоты.

Ширина полосы пропускания - интервал частот, используемый данным каналом связи для передачи сигналов.

Для построения теории важна не сама ширина полосы пропускания, а максимальное значение частоты из данной полосы (ν_m), поскольку именно им определяется длительность элементарного импульса: τ

$$\tau_0 = \frac{1}{\nu_m} \quad (3)$$

Другими словами, каждые τ секунд по каналу можно передавать импульс или паузу, связывая с их последовательностью определенные коды. Использовать сигналы большей длительности, чем τ , в принципе, возможно (например, 2τ) – это не приведёт к потере информации, хотя снизит скорость её передачи по

каналу. Использование же сигналов более коротких, чем τ , может привести к информационным потерям, поскольку информационный параметр сигнала будет принимать какие-то промежуточные значения между заданными дискретными (например, 0 и 1), что затруднит их интерпретацию. Следовательно, по дискретному каналу за единицу времени можно передавать не более ν_m элементарных сигналов.

Если канал является аналоговым, то ν_m характеризует число полных колебаний параметра за единицу времени, с каждым из которых можно связать два элементарных сигнала; по этой причине связь τ и ν_m оказывается иной:

$$\tau = \frac{1}{2\nu_m}$$

В дальнейшем, как уже указывалось, мы будем рассматривать лишь дискретный канал и, следовательно, использовать (3).

Возможны частные случаи, когда передача ведется на единственной частоте, создаваемой, например, тактовым генератором; тогда, очевидно, ν_m равна тактовой частоте.

Зная τ , можно найти количество элементарных сигналов, передаваемое по каналу за единицу времени:

$$L = \frac{1}{\tau}$$

(очевидно, если известна ν_m , то $L = \nu_m$). Если код знака первичного алфавита состоит из k_i элементарных сигналов, время его передачи по каналу составит $t_i = k_i \cdot \tau$, а среднее время передачи кодовой комбинации одного знака первичного алфавита будет равно $t = K(A, a) \cdot \tau$.

6.3 Пропускная способность дискретных каналов связи

Пропускная способность – метрическая характеристика, показывающая соотношение количества проходящих единиц (информации, предметов, объёма) в единицу времени через канал, систему, узел. Используется в различных сферах: в связи и информатике, пропускная способность – количество проходящей информации; в транспорте, машиностроении и т.п. Может измеряться в различных, иногда сугубо специализированных, единицах – штуки, кБит/сек, тонны, кубические метры и т.д. В информатике определение пропускной способности обычно применяется к каналу связи и определяется количеством переданной/полученной информации за единицу времени.

Пропускная способность – один из важнейших с точки зрения пользователей факторов. Она оценивается количеством данных, которые сеть может передать в единицу времени от одного подсоединенного к ней устройства к другому.

С передачей одного элементарного сигнала связано некоторое количество информации I_s . Если общее число различных элементарных сигналов n , а вероятности их появления $p(a_i)$ ($i = 1 \dots n$), то согласно формуле Шеннона:

$$I_s = -\sum_{i=1}^n p(a_i) \log_2 p(a_i)$$

Оптимальным будет такой вариант кодирования, при котором появление всех элементарных сигналов (знаков вторичного алфавита) оказывается равновероятным – в таком случае:

$$I_s = I_{smax} = \log_2 n$$

Это значение является предельным (наибольшим) для информационного содержания элементарного сигнала выбранного вторичного алфавита. Поскольку такое количество информации передается за время τ , можно ввести величину, характеризующую предельную интенсивность информационного потока через канал – *пропускную способность канала C*:

$$C = \frac{I_s^{max}}{\tau} = L \cdot I_s^{max} \quad (4)$$

Данная величина является характеристикой канала связи, поскольку зависит только от его особенностей. Это выражение служит определением пропускной способности как идеального канала (без помех), так и реального канала с помехами – просто, как мы увидим далее, информационное содержание элементарного сигнала в реальном канале оказывается меньше $\log_2 n$.

Если I_{smax} выражено в битах, а τ_0 – в секундах, то единицей измерения C будет бит/с. При отсутствии в канале связи помех $I_{smax} = \log_2 n$; тогда

$$C_0 = L \cdot \log_2 n = \frac{\log_2 n}{\tau} = v_m \cdot \log_2 n \quad (5)$$

– максимально возможное значение пропускной способности (это обстоятельство отражено индексом "0"); в реальном канале $I_{smax} \leq \log_2 n$ и, следовательно, $C \leq C_0$.

Пусть количество информации, которое передается по каналу связи за время T равно $L_T = H_T(X) - H_T(X/Y)$.

Если передача сообщения длится T единиц времени, то скорость передачи информации составит $R = \frac{L_T}{T} = \frac{1}{T} [H_T(X) - H_T(X/Y)] = H(X) - H(X/Y)$.

Это количество информации, приходящееся в среднем на одно сообщение. Если в секунду передается n сообщений, то скорость передачи будет составлять $R = n[H(X) - H(X/Y)]$.

Пропускная способность канала есть максимально достижимая для данного канала скорость передачи информации:

$$C = \max R = n[H(X) - H(X/Y)]_{\max} \quad (6)$$

Или максимальное количество информации, передаваемое за единицу времени:

$$C = nI(X, Y)_{\max}$$

Информационная скорость или скорость передачи информации, определяется средним количеством информации, которое передается в единицу времени и измеряется (бит/сек): $R = nH$.

Для равновероятных сообщений составленных из равновероятных взаимно независимых символов

$$R = \frac{1}{\tau} \log m$$

В случае если символы не равновероятны $R = -\frac{1}{\tau} \sum_i p_i \log p_i$

В случае если символы имеют разную длительность

$$R = -\frac{\sum_i p_i \log p_i}{\sum_i \tau_i p_i} \quad (7)$$

Выражение для пропускной способности отличается тем, что характеризуется максимальной энтропией

$$C_{\max} = \frac{H_{\max}}{\tau} \text{ бит/сек}$$

Для двоичного кода $C_{\max} = \frac{\log 2}{\tau} = \frac{1}{\tau} \text{ бит/сек}$

Пропускная способность является важнейшей характеристикой каналов связи. Возникает вопрос: какова должна быть пропускная способность канала, чтобы информация от источника X к приемнику Y поступала без задержек? Ответ на этот вопрос даёт первая теорема Шеннона:

Если имеется источник информации с энтропией $H(x)$ и канал связи с пропускной способностью C , то если $C > H(X)$, то всегда можно закодировать достаточно длинное сообщение таким образом, что оно будет передано без задержек. Если же, напротив, $C < H(X)$, то передача информации без задержек невозможна.

В любом реальном канале всегда присутствуют помехи. Однако, если их уровень настолько мал, что вероятность искажения практически равна нулю, можно условно считать, что все сигналы передаются неискаженными. В этом случае среднее количество информации, переносимое одним символом равно $I(X, Y) = I(X, X) = H(X)$. Максимальное значение $H_{\max} = \log m$. Следовательно, пропускная способность дискретного канала без помех за единицу времени равна

$$C = n \log m$$

Реальные каналы характеризуются тем, что на каналы всегда воздействуют помехи. Пропускная способность дискретного канала с помехами вычисляется по формуле

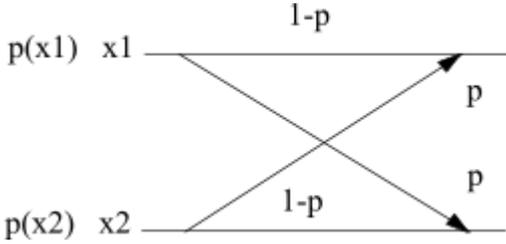
$$C = n[H(Y) - H(Y/X)]_{\max}$$

Где средняя, условная энтропия со стороны приемника сигналов

$$H(Y/X) = -\sum_i \sum_j p(x_i y_j) \log p(y_j/x_i) = -\sum_i p(x_i) \sum_j p(y_j/x_i) \log p(y_j/x_i)$$

А энтропия принимаемых сигналов определяется из условия максимального значения

$$H(y) = \log m.$$



Пример 1. Пусть требуется определить пропускную способность бинарного канала связи. При этом с вероятностью p каждый из двоичных сигналов может перейти в противоположный сигнал.

Рис. 10. Симметричный канал передачи сигналов в условиях помех, где x_1 и x_2 передаваемые сигналы типа "0" или "1", y_1 и y_2 , принимаемые сигналы

На **Рис. 10** представлена модель передачи бинарных сигналов. $1-p$ вероятность неискаженной передачи сигналов; p - вероятность искажения сигналов

Матрица для нахождения условной вероятности

$$P(y/x) = \begin{matrix} & \begin{matrix} y_1 & y_2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} P(y_1/x_1) & P(y_2/x_1) \\ P(y_1/x_2) & P(y_2/x_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-p & p \\ p & 1-p \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Найдем полную условную энтропию системы y относительно x

$$H(y/x) = -\sum_i p(x_i) \sum_j p(y_j/x_i) \log p(y_j/x_i) = -p(x_1)[(1-p_n) \log(1-p_n) + p_n \log p_n] - p(x_2)[p_n \log p_n + (1-p_n) \log(1-p_n)] = -p(x_1) + p(x_2)[p_n \log p_n + (1-p_n) \log(1-p_n)]$$

Откуда

$$H(y/x) = -p_n \log p_n - (1-p_n) \log(1-p_n)$$

$H(y)$ находим из условия максимального значения

$$H(y) = \log 2 = 1$$

Формула для нахождения пропускной способности бинарного канала связи будет иметь вид

$$C = n[1 + p_n \log p_n + (1-p_n) \log(1-p_n)]$$

График функции представлен на **Рис. 11**. Наибольшее значение эта функция принимает при $p=0$ (то есть при отсутствии помех) и при $p=1$ (т. е. при негативной передаче). При $p=1/2$ пропускная способность минимальна.

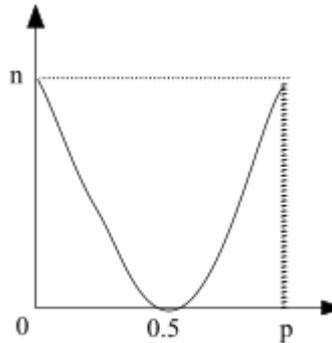


Рис. 11. График функции $C=f(p)$

Пример 2. Рассмотрим более общий случай передачи по дискретному каналу. Найдем пропускную способность m -ичного канала связи.

На **Рис. 12** представлена модель передачи m -ичных сигналов, где x_1, x_2, \dots, x_m источники информации, y_1, y_2, \dots, y_m приёмники информации.

Вероятность ошибки - p . Вероятность безошибочной передачи сигналов равняется $1-p$, а в случае ошибки переданный сигнал может с одинаковой вероятностью (равной $p/(m-1)$) быть воспринят как любой из $m-1$ отличных от него сигналов.

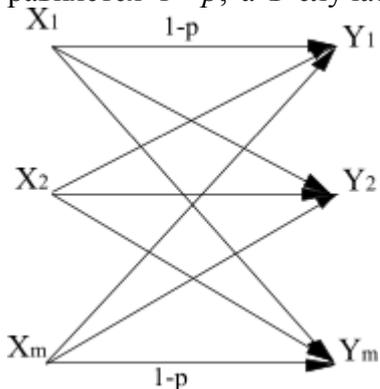


Рис. 12. m -ичный канал передачи информации

Матрица условных вероятностей имеет вид

$$p(y/x) = \begin{bmatrix} 1-p & \frac{p}{m-1} & \frac{p}{m-1} \\ \frac{p}{m-1} & 1-p & \frac{p}{m-1} \\ \frac{p}{m-1} & \frac{p}{m-1} & 1-p \end{bmatrix}$$

Полная условная энтропия системы Y относительно X

$$H(y/x) = -(1-p)\log(1-p) - (m-1)\frac{p}{m-1}\log\left(\frac{p}{m-1}\right)$$

$$H(y) = \log m$$

Формула для нахождения пропускной способности m -ного канала связи будет иметь вид:

$$C = n \left[\log m + (1-p)\log(1-p) + (m-1)\frac{p}{m-1}\log\left(\frac{p}{m-1}\right) \right]$$

График функции $C(p)$ пропускной способности канала связи при $m=4$ представлен на **Рис.13**

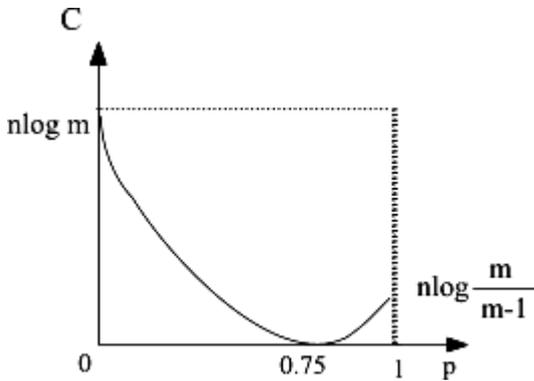


Рис.13. График функции $C(p)$

Эта функция максимальна при $p=0$, при вероятности $p = \frac{m-1}{m} = 0.75$

$$C = 0. \text{ При } p=1 \quad C = n \log \frac{m}{m-1}.$$

Для дискретных каналов с помехами Шеннон дал вторую теорему: Пусть имеется источник информации X , энтропия которого в единицу времени равна $H(X)$, и канал с пропускной способностью C . Если $H(X) > C$, то при любом кодировании

передача сообщений без задержек и искажений невозможна. Если же $H(X) < C$, то любое достаточно длинное сообщение можно всегда закодировать так, что оно будет передано без задержек и искажений с вероятностью сколь угодно близкой к единице.

6.4 Скорость передачи информации по дискретному каналу

Если источник выдает L элементарных сигналов в единицу времени, а средняя длина кода одного знака составляет $K(A,a)$, то, очевидно, отношение $L/K(A,a)$ будет выражать число знаков первичного алфавита, выдаваемых источником за единицу времени. Если с каждым из них связано среднее количество информации $I(A)$, то можно найти общее количество информации, передаваемой источником за единицу времени – эта величина называется *скоростью передачи* или *энтропией* источника (будем обозначать её J):

$$J = \frac{L}{K(A,a)} \cdot I(A) = \frac{I(A)}{\tau \cdot K(A,a)} \quad (8)$$

Энтропия источника, в отличие от пропускной способности, является характеристикой источника, а не канала связи. Размерностью J , как и C , является бит/с. Каково соотношение этих характеристик? Рассмотрим канал без помех. Тогда выразив L из (3) и подставив в (4), получим:

$$J = \frac{I(A) \cdot C_0}{K(A,a) \cdot \log_2 n}$$

Согласно первой теореме Шеннона при любом способе кодирования

$$K(A,a) \geq \frac{I(A)}{\log_2 n},$$

хотя может быть сколь угодно близкой к этому значению. Следовательно, всегда $J \leq C_0$, т.е. скорость передачи информации по каналу связи не может превысить его пропускной способности. Это утверждение справедливо как при отсутствии в канале помех (шумов) (идеальный канал связи), так и при их наличии (реальный канал связи).

Пример 1. Первичный алфавит состоит из трех знаков с вероятностями $p_1 = 0,2$; $p_2 = 0,7$; $p_3 = 0,1$. Для передачи по каналу без помех используются равномерный двоичный код. Частота тактового генератора 500 Гц. Какова пропускная способность канала и скорость передачи?

Поскольку код двоичный, $n = 2$; из (3) $C_0 = 500$ бит/с. Число знаков первичного алфавита $N = 3$.

$$I(A) = I_1 = -0,2 \cdot \log_2 0,2 - 0,7 \cdot \log_2 0,7 - 0,1 \cdot \log_2 0,1 = 1,16 \text{ бит} \quad K(A,2) \leq \log_2 N = 2.$$

Следовательно, из (4) получаем:

$$J = \frac{I_1}{\tau \cdot K(A,2)} = \frac{\nu \cdot I_1}{K(A,2)} = \frac{500 \cdot 1,16}{2} = 290 \text{ бит/с}$$

Пример 2. Юстасу необходимо передать следующее сообщение: «Дорогой Алекс! От всей души поздравляю с успешной сдачей экзамена по информатике. Желаю дальнейших успехов. Ваш Юстас».

Пеленгатор определяет место передачи, если она длится не менее 3 минут. С какой скоростью (бит/с) Юстас должен передавать радиogramму? Решение: Бит — минимальная единица измерения количества информации. Подсчитаем объем передаваемой информации. В тексте радиogramмы содержится 118 символов, каждый символ несет 1 байт информации. Следовательно, должно быть передано 118 байт информации. 1 байт = 8 бит. 118 байт = 118*8 бит = 944 бита. Время передачи должно быть меньше 180 с, что требует скорости передачи радиogramмы не менее 5 бит/с (944/180=5,2).

Ответ: Юстас должен передавать радиogramму со скоростью не меньше чем 5 бит/с.

6.5 Зашумлённый дискретный канал связи

Рассмотрим влияние шумов на дискретный канал связи. Используем для анализа процесса передачи информации по дискретному каналу с помехами энтропийный подход.

Пусть опыт b состоит в выяснении того, какой сигнал был принят на приемном конце канала; исходами этого опыта являются сигналы b_j , общее число которых равно m . Опыт a состоит в выяснении того, какой сигнал был послан на вход канала; исходами этого опыта являются сигналы, образующие алфавит a_i ; их общее количество равно n . Опыт b несёт в себе информацию относительно опыта a , значение которой равно:

$$I(b, a) = H(a) - H_b(a)$$

Смысл этого выражения в применении к рассматриваемой ситуации в том, что распознанный на приемном конце сигнал содержит информацию о сигнале, который был отправлен, но, в общем случае, информацию не полную. Влияние помех в канале таково, что в процессе передачи часть начальной информации теряется, и исход опыта b не несёт полной информации относительно предшествующего исхода опыта a .

$H(a)$ – энтропия, связанная с определением того, какой сигнал передан, равна:

$$H(a) = -\sum_{i=1}^n p(a_i) \cdot \log_2 p(a_i)$$

$H_b(a)$ – условная энтропия (энтропия опыта a при условии, что ему предшествовал опыт b). В нашем случае:

$$H_{b_i}(a) = -\sum_{i=1}^n p_{b_i}(a_i) \cdot \log_2 p_{b_i}(a_i)$$

$$H_a(b) = -\sum_{j=1}^m p(b_j) \cdot H_{b_j}(a) = -\sum_{j=1}^m p(b_j) \sum_{i=1}^n p_{b_j}(a_i) \log_2 p_{b_j}(a_i)$$

Окончательно для средней информации на один элементарный сигнал имеем:

$$I(b, a) = -\sum_{i=1}^n p(a_i) \cdot \log_2 p(a_i) + \sum_{j=1}^m p(b_j) \sum_{i=1}^n p_{b_j}(a_i) \log_2 p_{b_j}(a_i) \quad (9)$$

Часто бывает удобнее воспользоваться подобным же соотношением, которое получается на основе равенства:

$$I(b, a) = I(a, b) = H(b) - H_a(b)$$

$$I(a, b) = -\sum_{i=1}^n p(b_i) \cdot \log_2 p(b_i) + \sum_{j=1}^m p(a_j) \sum_{i=1}^n p_{a_j}(b_i) \log_2 p_{a_j}(b_i) \quad (10)$$

Проведенные рассуждения приводят к ряду заключений.

1. Для определения информации сигнала, принятого на приемном конце канала, необходимо знание априорных и апостериорных вероятностей. И обратное утверждение: знание априорных и апостериорных вероятностей позволяет установить (вычислить) информацию, связанную с переданным сигналом.

2. Как отмечалось ранее, $I(b, a) = H(a)$ лишь в том случае, когда исход опыта b однозначно определяет исход предшествующего опыта a – это возможно только при отсутствии помех в канале. $I(b, a) = 0$, если a и b независимы, т.е. отсутствует связь между сигналами на входе и выходе канала. Действие помех состоит в том, что на выход канала приходят сигналы, содержащие меньше информации, чем они имели при отсылке.

Как уже указывалось, апостериорные вероятности определяются свойствами канала связи, а априорные – особенностями источника (точнее, кодера). Следовательно, воспользовавшись (9) или (10) и варьируя значения $p(a_i)$ в допустимых по условию задачи пределах, можно найти наибольшее значение $\max\{I(b, a)\}$. Тогда:

$$C = \frac{I_s^{\max}}{\tau} = L \cdot \max\{I(b, a)\} \quad (11)$$

Полученное выражение определяет порядок решения задачи о нахождении пропускной способности конкретного канала:

- исходя из особенностей канала, определить априорные и апостериорные вероятности;
- варьируя $p(a_i)$ и пользуясь (9), найти максимальное информационное содержание элементарного сигнала;
- по (10) вычислить пропускную способность.

Пример 2. Пусть в канале отсутствуют помехи или они не препятствуют передаче. Тогда $m = n$, сигналы на приемном конце совпадают с отправленными. Это означает, что апостериорные вероятности $p_{bj}(a_i) = 1$ при $i = j$ и $p_{bj}(a_i) = 0$ при $i \neq j$. В этом случае $Hb(a) = 0$ и $\max\{I(b, a)\} = \max\{H(a)\} = \log_2 n$ (это значение достигается, если появление всех входных сигналов равновероятно). Из (6) получаем $C = L \cdot \log_2 n$, что совпадает с (3). Тем самым показано, что определение (3) пропускной способности канала без помех является частным случаем более общего определения (6).

Рассмотрим некоторые примеры каналов передачи информации с помехами.

Заканчивая рассмотрение характеристик реального дискретного канала передачи информации, мы можем сделать следующие заключения:

1. Помехи, существующие в реальном канале связи, приводят к снижению его пропускной способности (по сравнению с аналогичным каналом без помех).
2. Пропускная способность реального канала может быть рассчитана по известным априорным и апостериорным вероятностям. Для их определения требуются статистические исследования передачи информации в канале.

6.6 Непрерывный канал связи

Выше мы обсуждали передачу информации в канале связи посредством дискретных сигналов. Однако при этом непосредственно сам канал связи - проводники, электромагнитное поле, звук, оптоволоконные линии и пр. - свойствами дискретности не обладает. Другими словами, по тем же каналам может передаваться и аналоговая информация - характер передаваемых сигналов определяется передатчиком. Линии связи, основанные на использовании аналоговых сигналов, имеют весьма широкую область практического применения - это радио- и телевизионная связь, телефон и модем, различные телеметрические каналы и пр.

Непрерывным называется канал, который обеспечивает передачу непрерывных (аналоговых) сигналов.

Схема непрерывного канала представлена на **Рис. 14**.

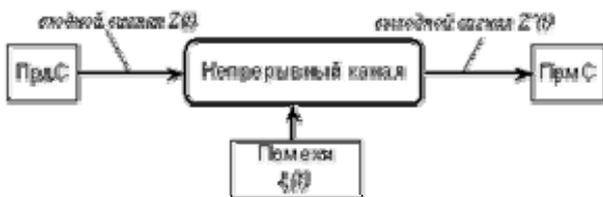


Рис.14. Схема непрерывного канала передачи информации

Непрерывные сигналы, поступающие в канал связи из передатчика описываются некоторой непрерывной функцией времени $Z(t)$. Ограничения на значения этой функции задаются величиной средней мощности передаваемых сигналов PZ . Другой характеристикой непрерывного канала, как и канала дискретного, является полоса пропускания - интервал частот сигналов, которые могут распространяться в данном канале $n_{min} - n_{max}$. Если по своему физическому смыслу Z является напряжением или силой электрического тока, то при неизменном электрическом сопротивлении канала связи $PZ \sim \langle Z^2 \rangle$, т.е. мощность сигнала определяет его амплитуду и средний квадрат значения параметра сигнала.

Сигналы на выходе канала $Z'(t)$, поступающие в приёмник, также являются аналоговыми и формируются они в результате сложения сигналов на входе канала и помех - их можно описать некоторой непрерывной функцией времени $x(t)$; в результате:

$$Z'(t) = Z(t) + x(t).$$

Явный вид функции помех заранее неизвестен. Поэтому для количественного описания прохождения сигналов по непрерывному каналу приходится принимать ту или иную модель помех и модель канала. Наиболее распространенной является модель гауссовского канала: принимается, что помехи, будучи непрерывными случайными величинами, подчиняются нормальному (гауссовскому) статистическому распределению с математическим ожиданием (средним значением) равным нулю ($m_x = 0$):

$$w(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\xi}} e^{-\frac{\xi^2}{2\sigma_\xi^2}}$$

Эта функция имеет единственный параметр s_x , квадрат которого называется *дисперсией* $s_x^2 = D_x$ и имеет смысл средней мощности помех в канале с единичным электрическим сопротивлением. Если при этом выполняется условие, что в пределах полосы пропускания средняя мощность помех оказывается одинаковой на всех частотах, а вне этой полосы она равна нулю, то такие помехи называются *белым шумом*.

Не вдаваясь в математическую сторону вывода, укажем, что основываясь на аппарате, описывающем непрерывные случайные величины, можно получить выражение для информации, связанной с отдельным аналоговым сигналом, а на его основе вывести формулу для пропускной способности непрерывного канала. В частности, для принятой модели гауссовского канала с белым шумом получается выражение, которое также называется *формулой Шеннона*:

$$C = v_m \log_2 \left(1 + \frac{P_z}{P_x} \right) \quad (12)$$

где P_z – средняя мощность сигнала; P_x – средняя мощность помех, v_m - наибольшая частота в полосе пропускания.

Замечание. Из (12) следует, что при фиксированной v_m пропускная способность определяется только отношением мощностей сигнала и помех. Ограничение пропускной способности непрерывного канала связано с тем, что любые используемые для связи сигналы имеют конечную мощность. $C = 0$ только при $P_z = 0$. Т.е. непрерывный канал обеспечивает передачу информации даже в том случае, если уровни шумов превышают уровень сигнала – это используется для скрытой (неперехватываемой) передачи. Повысить пропускную способность непрерывного канала можно за счет расширения полосы пропускания.

Приведем характеристики некоторых каналов связи.

Табл. 1. Характеристики некоторых каналов связи

Вид связи	v_m (Гц)	P_z/P_x	C (бит/с)
Телеграф	120	2^6	640
Телефон	$3 \cdot 10^3$	2^{17}	$5 \cdot 10^4$
Телевидение	$7 \cdot 10^6$	2^{17}	$130 \cdot 10^6$
Компьютерная сеть			до 10^9
Слух человека	$20 \cdot 10^3$		$5 \cdot 10^4$
Глаза человека			$5 \cdot 10^6$

Из сопоставления данных видно, что пропускная способность телефонного канала связи совпадает с пропускной способностью органов слуха человека. Однако она существенно выше скорости обработки информации человеком, которая составляет не более 50 бит/с. Другими словами, человеческие каналы связи допускают значительную избыточность информации, поступающей в мозг.

Мы коснулись лишь одной модели непрерывного канала. В реальных каналах действие помех на входные сигналы может быть гораздо сложнее и, соответственно, гораздо хуже поддаваться математическому описанию.

6.7 Пропускная способность непрерывных каналов связи

Непрерывные сигналы, имеющие спектр частот F могут быть переданы в виде дискретных отсчетов через интервалы времени $\Delta t = 1/2F$ (по теореме Котельникова). Пусть в канале связи на передаваемое сообщение $x(t)$ накладывается помеха $n(t)$. Будем считать, что длительность сообщения составляет T .

Количество информации, содержащееся в принятых сообщениях Y относительно переданных X , определяется равенством $I(Y, X) = H(Y) - H(Y/X)$. Значение $H(Y/X)$ обусловлено только шумами и может быть заменено $H(N)$. Тогда $I(Y, X) = H(Y) - H(N)$. При этом $H(Y) = H(y_1, y_2, \dots, y_2FT)$, $H(N) = H(n_1, n_2, \dots, n_2FT)$

Скорость передачи информации будет равняться

$$R = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{I(X, Y)}{T} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{H(Y) - H(N)}{T}$$

Максимальная скорость передачи информации называется пропускной способностью канала связи

$$C = R_{\max} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{I(Y, X)_{\max}}{T} \quad (13)$$

Определим пропускную способность канала связи, когда помехи воздействуют на передаваемый сигнал по нормальному закону. Такие помехи обладают наибольшей эффективностью.

Энтропия шума для одного отсчетного значения равна $H(n) = \log_n \delta_n \sqrt{2\pi e} - \log \Delta x$, где δ_n^2 – дисперсия шума. Так как элементы независимы, то энтропия объединения для помехи равна сумме энтропии

$$H(N) = 2FT H(n); H(N) = 2FT [\log \delta_n \sqrt{2\pi e} - \log \Delta x]$$

Если желательно передать наибольшее количество информации, то надо, чтобы энтропия объединения принятых сообщений была максимальной. Для этого необходимо, чтобы отсчеты принимаемого сигнала были статистически независимы и чтобы отсчетные значения были распределены по нормальному закону. В этом случае энтропия принимаемых сигналов будет равна

$$H(Y)_{\max} = 2FT [\log \delta_y \sqrt{2\pi e} - \log \Delta y]$$

Тогда

$$I(X, Y)_{\max} = H(Y)_{\max} - H(N) = 2FT [\log \delta_y \sqrt{2\pi e} - \log \Delta y - \log \delta_n \sqrt{2\pi e} + \log \Delta x] = 2FT \left[\log \frac{\delta_y}{\delta_n} + \log \frac{\Delta x}{\Delta y} \right]$$

Если точность квантования Δx и Δy равны, то $I(X, Y)_{\max} = 2FT \log \frac{\delta_y}{\delta_n}$. Дисперсия принятых сообщений

определяется как сумма $\delta_y^2 = \delta_x^2 + \delta_n^2$ Тогда

$$I(X, Y)_{\max} = 2FT \log \sqrt{\frac{\delta_k^2 + \delta_n^2}{\delta_n^2}} = FT \log \frac{\delta_k^2 + \delta_n^2}{\delta_n^2}$$

Отношение дисперсии заменим отношением мощностей $\frac{\delta_k^2}{\delta_n^2} = \frac{P}{N}$

$$\text{Тогда } I(X, Y)_{\max} = FT \log \left(1 + \frac{P}{N} \right) \quad (14)$$

где P – мощность сигнала, а N – мощность помехи.

Таким образом, для увеличения I_{\max} необходимо увеличить F , T и P/N . Величину $FT \log(P/N)$ называют «объемом сигнала». Используя различные F , T и P/N , но, сохраняя объем можно передать одно и то же количество информации.

Подставим (14) в (13) и определим пропускную способность непрерывного канала связи

$$C = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{I(Y, X)_{\max}}{T} = F \log \left(1 + \frac{P}{N} \right) \text{ или } C = F \log \left(1 + \frac{P}{N} \right)$$

Эта формула указывает, что наибольшая скорость передачи информации прямо пропорциональна полосе частот и логарифму суммы $(1+P/N)$.

Принципы оптимального кодирования

Мы уже видели, что экономность кода зависит от того, насколько разумно составлена последовательность вопросов.

Исходя из принципа максимума информации, следует задавать вопросы таким образом, чтобы энтропия текущей ситуации была наибольшей, а это означает, что в любой момент ответы "0" и "1" должны быть приблизительно равновероятными. Эта идея приводит к следующему алгоритму оптимального кодирования.

1. Все сообщения упорядочиваются по убыванию их частот.
2. Совокупность сообщений последовательно делится на две равновероятные (в сумме) части, причем первой из них присваивается символ 0, а второй – 1. Если какая-либо часть содержит более одного сообщения, то она также делится на части по тому же принципу.

6.8 Согласование скорости выдачи информации, выдаваемой источником, с пропускной способностью канала связи

Рассмотрим случай, когда непрерывный сигнал выдается одиночным датчиком. При этом, ширина спектра датчика равна F_d . По теореме Котельникова, найдем интервал дискретизации $\Delta t = 1/(2F_d)$. Количество отсчетов в секунду будет составлять $n_0 = 1/\Delta t = 2F_d$. Если энтропия сообщения, то есть количество информации, которое содержится в одном отсчете, равна $H(X)$, а количество отсчетов в секунду равно n_0 , то количество информации, которое поступает от датчика в секунду, равно

$$R_d = n_0 H(x) = 2F_d H(X).$$

Пропускная способность канала связи должна быть не меньше скорости выдачи информации, выдаваемой датчиком:

$$R_d \leq C, \quad 2F_d H(X) \leq F \log\left(1 + \frac{P}{N}\right).$$

Откуда

$$F \geq \frac{2F_d H(X)}{\log\left(1 + \frac{P}{N}\right)} = \frac{2F_d \log m}{\log\left(1 + \frac{P}{N}\right)} \quad (15)$$

Полоса пропускания канала связи должна быть тем шире, чем шире спектр передаваемой информации (то есть, чем быстрее изменяется регистрируемая величина), чем больше количество передаваемых состояний, (то есть, чем точнее производится отсчёт величины, даваемой датчиком) и чем меньше допустимое в канале связи отношение сигнал/шум.

Канал связи является дорогим сооружением, поэтому желательно, что бы по нему передавалась информация одновременно от многих источников информации. На **Рис. 15** представлена схема передачи информации по каналу от многих датчиков. Преобразователь служит для отдельной передачи информации, выдаваемой различными датчиками, и может быть построен с использованием метода селекции по времени или по частоте.

Учитывая, что сообщения, выдаваемые различными датчиками статистически независимые, энтропия комплексного датчика будет равна $H(X) = H(X_1) + H(X_2) + \dots + H(X_n)$ Энтропия сообщения i -го датчика определяется суммой

$$H(X_i) = -\sum_{k=1}^{m_i} p_i(x_k) \log p_i(x_k),$$

где m_i – количество состояний i – го датчика.

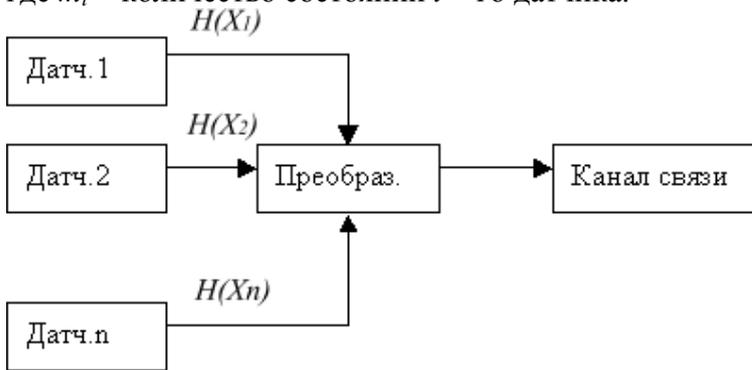


Рис. 15. Комплексный датчик

Будем исходить из условий равной вероятности состояний датчиков. В этом случае энтропия будет максимальной: $H(X_i) = \log m_i$. Тогда

$$H(X) = \log m_1 + \log m_2 + \dots + \log m_n,$$

где m_1, m_2, \dots, m_n – количество состояний 1, 2, ..., n –го датчиков.

Количество состояний каждого из датчиков определяет точность передаваемой информации: чем больше регистрируется состояний, тем выше точность. Будем понимать под классом точности первичных датчиков величины:

$$\varepsilon_1 = \frac{100}{m_1}, \dots, \varepsilon_2 = \frac{100}{m_2}, \dots, \varepsilon_n = \frac{100}{m_n}.$$

Так, если $m=100$, то имеем первый класс точности, при $m=20$ – пятый класс точности.

Подставим m_1, m_2, \dots, m_n в $H(X)$
$$H(X) = \log\left(\frac{100}{\varepsilon_1} \cdot \frac{100}{\varepsilon_2} \cdot \dots \cdot \frac{100}{\varepsilon_n}\right) = \log \frac{100^n}{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \dots \varepsilon_n}$$

Заменим классы точности отдельных датчиков эквивалентным классом точности комплексного датчика

$\varepsilon = \sqrt[n]{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot \dots \cdot \varepsilon_n}$ $H(X) = \log \frac{100^n}{\varepsilon^n} = n \cdot \log \frac{100}{\varepsilon}$ Далее определяется граничная частота для датчика, работающего с наибольшей частотой $F_{d \max}$. Количество опросов комплексного датчика будет

$n_0 = \frac{1}{\Delta t_{\min}} = 2F_{d \max}$. Если количество опросов в секунду n_0 , то общее количество информации

$$R_d = n_0 H(X) = n_0 \cdot n \cdot \log \frac{100}{\varepsilon}.$$

Согласование комплексного датчика с каналом связи может быть достигнуто, если количество информации, даваемое таким датчиком в единицу времени, не будет превосходить пропускной способности канала связи $R_d \leq C$. Отсюда определяется наименьшая ширина полосы канала связи:

$$F \geq n_0 \cdot n \frac{\log \frac{100}{\varepsilon}}{\log \left(1 + \frac{P}{N} \right)} = F_{\min} \quad (16)$$

Для передачи информации обычно применяются бинарные сигналы. Такие сигналы передаются по каналу с различной модуляцией: АМ, ФМ, ЧМ.

Максимальная скорость передачи может быть определена по формуле

$$R_{\max} = C = F [1 + p \log p + (1 - p)],$$

где F – спектр сигнала, p – вероятность искажения сигнала.

Если длительность элементарного сигнала t , то $F=1/t$. Вероятность ложных переходов однозначно определяется через отношение P/N , поэтому можно записать

$$R = F \cdot \Psi \left(\frac{P}{N} \right), \quad (17)$$

где вид функции $\Psi(P/N)$ зависит от вида модуляции.