Возникнув в недрах термодинамики при решении некоторой частной задачи, понятие энтропии стало расширяться с удивительной энергией, быстро перешагнуло границы физики и проникло в самые сокровенные области человеческой мысли. Наряду с энтропией Клаузиуса появилась статистическая, информационная, математическая, лингвистическая, интеллектуальная и другие энтропии. Энтропия стала базисным понятием теории информации и стала выступать как мера неопределенности некоторой ситуации. В каком-то смысле она - мера рассеяния, и в этом смысле она подобна дисперсии. Но если дисперсия является адекватной мерой рассеяния лишь для специальных распределений вероятностей случайных величин (например, нормального гауссова распределения), то энтропия не зависит от типа распределения. Популярность энтропии связана с её важными свойствами: универсальностью и аддитивностью. Со своей стороны, информация оказалась характеристикой степени зависимости некоторых переменных. Её можно сравнить с корреляцией, но если корреляция характеризует лишь линейную связь переменных, информация характеризует любую связь. Тип связи может быть каким угодно и неизвестным исследователю.

Информацию можно рассматривать как отрицательную энтропию, Тогда энтропия и информация смотрятся, как понятия одного уровня. Однако, это не так: в отличие от энтропии информация – общенаучное понятие, приближающееся по своему значению к философской категории.

В данной лекции мы попытаемся разобраться в трудной проблеме: если между разными видами информации что-то общее, или это – совершенно разные сущности, по недоразумению названные одним именем. Имеет ли техническая информация какое-либо отношение к термодинамической информации, и, если имеет, то какое? Если связь между термодинамической энтропией Клаузиса-Кельвина и статистической энтропией Больцмана-Планка? Вообще, может ли энтропия быть мерой хаоса?

Заранее очевидно, что однозначно ответить на эти вопросы до сих пор никто не может. Но лишний раз поговорить полезно…

1. ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПОНЯТИЯ ЭНТРОПИИ

Можно выделить следующие этапы формирования понятия энтропии:

1865 - Рудольф Юлиус Клаузиус.

В рамках теории тепловых машин введено представление об энтропии, как о термодинамической величине. Энтропия S задана динамическим уравнением через скорость изменения тепловой энергии Q и абсолютную температуру T.

$$d_tS=d_tQ/T$$

1872 - Людвиг Больцман.

Энтропия вводится как мера множества W микросостояний термодинамической системы с помощью специальной константы $k=1.38x10^{-23}$ *дж/гр.К.*

$$H=k\ log|W|$$

1902 - Джозойя Виллард Гиббс.

Энтропия вводится через распределение плотности r *(x)* вероятности состояний по фазовому пространству W статфизической системы.

$$H=m_{W\,r}(x)\ logr\ (x)\ dx$$

1948 - Клод Шеннон.

Вводится мера энтропии дискретного распределения вероятности P_i на множестве альтернативных состояний и информация, как уменьшение энтропии при получении сообщения.

$$H= -S_{i=1\_N} P_i\ logP_i\ ;$$
$$I=H_1-H_2;$$

1953 - Александр Яковлевич Хинчин.

Постоянная Больцмана вводится как математическая нормировка основания логарифмов, независимо от термодинамической интерпретации.

$$S= -kS_{i=1\_N} P_i\ lnP_i$$

1955 - Артур Роберт Мак.

Комбинаторная интерпретация энтропии, как меры структурированного множества альтернатив: $n=n_1+...+n_m$

$$S= -kS_{i=1\_m} (n_i/n)ln(n_i/n)$$

1965 - Андрей Николаевич Колмогоров.

Обобщение понятия энтропии на эргодические случайные процессы $u(t)$ через предельное распределение вероятности, имеющие плотность $f(x)$.

$$S= -m_W f(x)\ log\ f(x)\ dx;\ f(x)=lim_{t\to\Gamma} Prob\{u(t)=x\}.$$

Введение энтропии, как инварианта динамической системы с оператором *J* ,имеющим инвариантную вероятностную меру на множестве состояний *W*, полученного предельным переходом по средним комбинаторным энтропиям следа *D(t)* начального измеримого бинарного разбиения *D* на *W* (скорость генерации информации динамической системой)

$$H=Sup_{D=\{A;W\backslash A\}}\ lim_{t® Г}(-1/t)\ S_{vO\ D(t)}\ P(v)lnP(v);\ D(t)=P_{\ i=1\_t}\ J^{i}*D;$$

Произведение берется в алгебре разбиений на *W* ,как все возможные пересечения элементов сомножителей.
Введение меры сложности символьной последовательности $y=(y_1,y_2,...)$, как минимальной удельной (на символ) длины программы *P*, ее порождающей на универсальной машине Тьюринга.

$$C(y)=\ lim_{n® Г}(1/n)min\ long\ P(y_1,...,y_n)\ .$$

1970 - Анри Реньи.
Введение энтропии как b -момента меры разбиения.

$$S=(1-b\ )^{-1}ln(S_{\ i=1\_N}\ (n_i)\ b\ );$$

1999 - Александр Моисеевич Хазен.
Введение понятия энтропии-информации как обобщенного действия в механике с функцией энергии *L* на фазовом пространстве *W*. Постоянная Больцмана зависит от уровня процесса. Это - обобщение подхода Р. Ю. Клаузиуса.

$$S=km_{\ [o;t]}\ L(W(t))dt\ .$$

2000 - Александр Владимирович Коганов.
Введение меры сложности *C* математической модели *A*, как набора чисел, характеризующих ресурсы R_i, потребляемые при реализации математической модели на технических средствах. В случае, если ресурсом является память вычислительных средств, получаем варианты формул энтропии А. Р. Мака и сложности А. Н. Колмогорова.

$$C=(\ R_1\ ,...,\ R_M);\ R=R(A).$$

Энтропия вводится, как сложность множества состояний модели.

$$S=(\ R_1\ ,...,\ R_M);\ R=R(state\ A).$$

Информация измеряется сложностью перестройки модели, как следствия полученного сообщения.

$$I=(\ R_1\ ,...,\ R_M);\ R=R(A|A').$$

2. ФИЗИЧЕСКАЯ ЭНТРОПИЯ

Существуют три определения физической энтропии

Термодинамическое

Понятие энтропии впервые было введено Клаузиусом как мера необратимого рассеяния энергии. Для обратимых (квазиравновесных) процессов оно было определено так:

$$\Delta S=\frac{\Delta Q}{T}, \qquad (1)$$

где ΔS — изменение энтропии, ΔQ — изменение теплоты, T — абсолютная термодинамическая температура.

В дифференциальной форме энтропия представляется как:

$$dS=\frac{\delta Q}{T} \qquad (2)$$

и, в отличие от первого, оно применимо не только к изотермическим процессам.

Интегральная форма энтропии для обратимых (квазиравновесных) процессов имеет вид:

$$S_B-S_A=\int_A^B\frac{\delta Q}{T}, \qquad (3)$$

где S_A и S_B — энтропия начального (*A*) и конечного (*B*) состояния соответственно.

Несмотря на то, что энтропия выражается через процессы, она является функцией состояния, то есть каждому состоянию соответствует определённое её значение. Однако, как видно из формул, она определена с точностью до константы, и выбор состояния с нулевым значением условен. Основываясь на третьем начале термодинамики, за нулевое значение энтропии принимают таковое у системы с температурой, равной абсолютному нулю.

Для необратимых процессов выполняется неравенство (следующее из неравенства Клаузиуса):

$$S_B-S_A\geq\int_A^B\frac{\delta Q}{T}, \qquad (4)$$

из которого следует закон неубывания энтропии.

Статистическое

Статистическая механика связывает *энтропию* с вероятностью осуществления макроскопического состояния системы соотношением Больцмана энтропия-вероятность

$$S = k_B \ln W, \qquad (5)$$

где W — вероятность осуществления данного состояния, а k_B – постоянная Больцмана.

В отличие от термодинамики статистическая механика рассматривает специальный класс процессов - флуктуации, при которых система переходит из более вероятных состояний в менее вероятные и вследствие этого её *энтропия* уменьшается. Наличие флуктуаций показывает, что закон возрастания *энтропии* выполняется только статистически: в среднем для большого промежутка времени.

Энергетическое

Энергетическое определение энтропии выводится на основе баланса энергии, выраженного в лоренц-инвариантной форме с учётом полной энергии вещества и полей. Формула для энтропии имеет вид:

$$S = -\int \frac{r\nabla\left(u + L - P_0\right)dV}{T} + const, \qquad (6)$$

где u плотность энергии поля, связанной с системой, в том числе за пределами тела, $L = \int \frac{p}{\rho} d\rho$.

- функция, зависящая от давления p и плотности вещества ρ, r - радиус-вектор элемента объёма, P_0 - давление в покоящейся системе отсчёта, V - объём системы, T - температура как функция местоположения элемента объёма.

Энтропия характеризует структуру системы с точки зрения распределения энергии в объёме внутри и вокруг системы, отражая меру связи и взаимодействия частиц системы. Энергия, связанная с энтропией, обеспечивает целостность системы. В случае достаточно длительного выполнения системой механической работы, работы по созданию градиентов поля, изменению потоков вещества в связи с количеством вещества и его химическим потенциалом, при условии недостаточного притока энергии извне, система может разрушиться из-за недостаточности своей структурной энергии, переходя в состояние с новым положением равновесия. В отличие от формулы Больцмана, энергетическое определение энтропии непосредственно учитывает как механические напряжения и температурные градиенты, так и распределение энергии поля. Если в статистическом определении энтропия системы полагается всегда положительной, то при наличии полей с достаточно большой отрицательной энергией энтропия может стать отрицательной. Типичным примером является гравитационно связанное тело, гравитационная энергия и энтропия которого отрицательны.

В силу второго начала термодинамики, энтропия S_i замкнутой системы не может уменьшаться (закон неубывания энтропии). Математически это можно записать так: dS≥0, индекс i обозначает так называемую внутреннюю энтропию, соответствующую замкнутой системе. В открытой системе возможны потоки тепла как из системы, так и внутрь неё. В случае наличия потока тепла в систему приходит количество тепла δQ_1 при температуре T_1 и уходит количество тепла δQ_2 при температуре T_2. Приращение энтропии, связанное с данными тепловыми потоками, равно:

$$dS_0 = \frac{\delta Q_1}{T_1} - \frac{\delta Q_2}{T_2} \qquad (7)$$

В стационарных системах обычно $\delta Q_1 = \delta Q_2$, $T_1 > T_2$, так что $dS_o < 0$. Поскольку здесь изменение энтропии отрицательно, то часто употребляют выражение «приток негэнтропии», вместо оттока энтропии из системы. Негэнтропия определяется таким образом как обратная величина энтропии.

Суммарное изменение энтропии открытой системы будет равно:

$$dS = dS_i + dS_o.$$

Если всё время $dS > 0$, то рост внутренней энтропии не компенсируется притоком внешней негэнтропии, система движется к ближайшему состоянию равновесия, в котором осуществляется возможный для этого состояния максимальный хаос. Если $dS = 0$, то мы имеем стационарный процесс с неизменной общей энтропией. В этом случае в системе осуществляется некоторая внутренняя работа с генерацией внутренней энтропии, которая преобразует, например, температуру T_1 внешнего потока тепла в температуру T_2 уходящего из системы потока тепла. В случае, когда $dS \le 0$ возникают условия для развития, прогрессивной усложняющейся эволюции, роста порядка и новых структур, жизни живых организмов.

Можно показать, что приток теплоты в систему за время dt определяется выражением:

$$\delta Q = -dt \int div\left(S_g + S_p\right)dV, \qquad (8)$$

здесь S_g - вектор плотности потока гравитационной энергии, S_p - вектор плотности потока электромагнитной энергии.

Поскольку $dS=\delta Q/T$, то производство суммарной энтропии можно выразить так:

$$\frac{dS}{dt} = -\int\left(\frac{divS_{gi}}{T_{gi}} + \frac{divS_{pi}}{T_{pi}}\right)dV - \int\left(\frac{divS_{g0}}{T_{g0}} + \frac{divS_{p0}}{T_{p0}}\right)dV, \qquad (9)$$

где первый интеграл относится к производству внутренней энтропии, а второй интеграл описывает скорость изменения внешней энтропии. Индекс i относится к потокам энергии и температурам элементов объёма внутри системы, обменивающимся между собой энергией с разными температурами. Индексом o обозначены процессы передачи энергии между элементами объёма системы и внешними относительно системы источниками энергии. При этом температуры входящего в систему и исходящего излучений как правило отличаются друг от друга, что следует учитывать при интегрировании в формуле для генерации энтропии.

В открытой системе за счёт притока негэнтропии извне система сдвинута от ближайшего состояния равновесия, к которому она может вернуться при изменении условий. Например, при быстром осуществлении адиабатической изоляции будет $dS_0/dt=0$ и происходит рост внутренней энтропии S_i системы в краткосрочном процессе перехода к равновесию во внутренних процессах.

Другой пример роста энтропии имеет место, когда энтропия системы изменяется за счёт поступления теплоты извне при нагревании. В этом случае система всё более удаляется от прежнего состояния равновесия. Указанные процессы могут быть описаны формулой Больцмана для статистического определения энтропии, когда рост энтропии сопровождается увеличением термодинамической вероятности макроскопического состояния системы. Однако при наличии значительной энергии полей в формулу Больцмана следует вводить поправки для энтропии полей либо использовать энергетическое определение энтропии.

Понятие энтропии тесно связано с другим фундаментальным понятием – энергией. Энергия – общая мера различных форм движения и взаимодействия сущностей. Энергию любой материальной сущности можно условно разделить на две составляющих: свободную и связанную. Свободная энергия – это та часть всей энергии, которая способна к совершению работы. Связанная энергия к совершению работы непригодна.

При преобразованиях энергии из одного вида в другой её общее количество, в соответствии с первым началом, сохраняется постоянным, но изменяется её качество, характеризуемое соотношением между свободной и связанной энергиями. Второе начало термодинамики утверждает, что в закрытых системах процессы преобразования энергии идут в сторону роста связанной энергии, а следовательно, и энтропии. При этом свободная составляющая энергии уменьшается. Можно сказать, что свободная энергия находится в конфликте с энтропией: чем меньше одна, тем больше другая. В связи с этим свободную энергию часто называют отрицательной энтропией, или негэнтропией, хотя это не совсем корректно, поскольку размерности энтропии и энергии различны.

Напомним основные свойства энтропии.

1. В закрытых системах энтропия всегда неотвратимо растёт. Оно выражает суть второго начала термодинамики.

2. Рост энтропии означает ликвидацию различий. Различие – это то, что обеспечивает целенаправленное существование любой сущности. Цель этого существования – уменьшение различий. В термодинамическом понимании системный кризис любой системы означает значительный рост энтропии этой организации, её деградацию.

3. Чем больше свободы, тем быстрее растёт энтропия. Скорость роста энтропии – скорость появления разнообразных способов организации сущностей, а свобода способствует этому появлению, ускоряет рост числа способов организации. Поэтому чем больше свободы, тем быстрее низкоэнтропийные сущности превращаются в высокоэнтропийные.

Энтропия неотвратимо растёт только в закрытых системах, не взаимодействующих с другими системами и внешней средой. Но в открытых системах энтропия может вести себя по-разному: расти, быть постоянной и даже уменьшаться. Причина различного поведения энтропии объясняется тем, что, в отличие от закрытых систем, где есть только собственная, всегда растущая энтропия, в открытых системах существуют собственная энтропия, которая, как и в закрытых системах, всегда растёт; энтропия, поступающая в открытую систему из внешней среды (импортируемая энтропия); и энтропия, удаляемая из открытой системы во внешнюю среду (экспортируемая энтропия). Кроме того, в общем случае нужно учесть свободную энергию (негэнтропию), компенсирующую рост собственной энтропии и по своему воздействию на систему эквивалентную экспорту энтропии. Поведение результирующей энтропии зависит от скорости изменения её составляющих. Поэтому результирующая энтропия может вести себя как угодно: расти, уменьшаться или быть постоянной. Если энтропия постоянна, то говорят, что система находится в стационарном режиме.

Информация это то, что устраняет неопределенность выбора.
Клод Шеннон

3. ИНФОРМАЦИОННАЯ ЭНТРОПИЯ

Понятие информационной энтропии определено Шенноном для случая дискретных данных, и похоже на понятие термодинамической энтропии. Это - величина, обозначающая количество информации, содержащееся в данном сообщении (или последовательности сигналов).
По Шеннону информация снятая неопределенность. Точнее получение информации - необходимое условие для снятия неопределенности. Неопределенность возникает в ситуации выбора. Задача, которая решается в ходе снятия неопределённости – уменьшение количества рассматриваемых вариантов (уменьшение разнообразия), и в итоге выбор одного соответствующего ситуации варианта из числа возможных. Снятие неопределенности даёт возможность принимать обоснованные решения и действовать. В этом управляющая роль информации.
Информационная энтропия - мера хаотичности информации или мера внутренней неупорядоченности информационной системы. Энтропия увеличивается при хаотическом распределении информационных ресурсов и уменьшается при их упорядочении.
Информационная энтропи́я - мера хаотичности информации, неопределённость появления какого-либо символа первичного алфавита. При отсутствии информационных потерь численно равна количеству информации на символ передаваемого сообщения.
Информационная энтропия - неопределённость появления какого-либо символа первичного алфавита. При отсутствии информационных потерь численно равна количеству информации на символ передаваемого сообщения. Например, в последовательности букв, составляющих какое-либо предложение на русском языке, разные буквы появляются с разной частотой, поэтому неопределённость появления для некоторых букв меньше, чем для других. Если же учесть, что некоторые сочетания букв (в этом случае говорят об энтропии *n*-ого порядка) встречаются очень редко, то неопределённость ещё более уменьшается.

Понятие информационной энтропии определено Шенноном для случая дискретных данных и весьма похоже на понятие термодинамической энтропии. Это величина, обозначающая количество информации, содержащееся в данном сообщении (или последовательности сигналов).
Сведения об информационной энтропии необходимы для повышения надёжности передачи сигналов.
Именно на неё ориентируются при задании избыточной информации, передаваемой по линии связи.
Избыточтость - термин из теории информации, означающий превышение количества информации, используемой для передачи или хранения сообщения, над его информационной энтропией. Для уменьшения избыточности применяется сжатие данных без потерь, в то же время контрольная сумма применяется для внесения дополнительной избыточности в поток, что позволяет производить исправление ошибок при передаче информации по каналам, вносящим искажения (спутниковая трансляция, беспроводная передача и т. д.).

Чем меньше вероятность какого-либо события, тем большую неопределенность снимает сообщение о его появлении и, следовательно, тем большую информацию оно несёт.

Концепции информации и энтропии имеют глубокие связи друг с другом, но, несмотря на это, разработка теорий в статистической механике и теории информации заняла много лет, чтобы сделать их соответствующими друг другу.

Впервые понятия энтропия и информация связал Шеннон в 1948. С его подачи энтропия стала использоваться как мера полезной информации в процессах передачи сигналов по проводам. Следует подчеркнуть, что под информацией Шеннон понимал сигналы нужные, полезные для получателя. Неполезные сигналы, с точки зрения Шеннона, это шум, помехи. Если сигнал на выходе канала связи является точной копией сигнала на входе то это означает отсутствие энтропии. Отсутствие шума означает максимум информации.

Взаимосвязь энтропии и информации нашло отражение в формуле:

$$H + I = 1,$$

где H – энтропия, I – информация. Этот вывод количественно был обоснован Бриллюэном.
В общем виде закон сохранения суммы энтропии информации для случая дискретной переменной записывают в виде равенства:

$$I[X]+H[X]=const. \qquad (10)$$

Так, в процессе временной эволюции газа Больцмана к равновесному состоянию, сумма информации и энтропии остаётся постоянной:

$$I[r,p\,|\,t] = S_0 = const. \qquad (11)$$

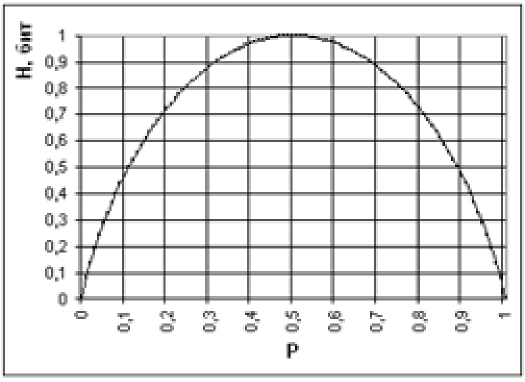
При этом константа определяется энтропией равновесного состояния. Информация равновесного состояния:

$$I[r,p\,|\,t=\infty] = A_S(t=\infty) = 0. \qquad (12)$$

Для газа Больцмана положительность информации есть естественное свойство системы.

Ситуация максимальной неопределенности предполагает наличие нескольких равновероятных альтернатив (вариантов), т.е. ни один из вариантов не является более предпочтительным. Причём, чем больше равновероятных вариантов наблюдается, тем больше неопределенность, тем сложнее сделать однозначный выбор и тем больше информации требуется для этого получить. Для *N* вариантов эта ситуация описывается распределением вероятностей: {*1/N, 1/N, … 1/N*}. Минимальная неопределенность равна 0, т.е. эта ситуация полной определенности, означающая что выбор сделан, и вся необходимая информация получена. Распределение вероятностей для ситуации полной определенности выглядит так: {1, 0, …0}.

Величина, характеризующая количество неопределенности в теории информации обозначается символом *H* и имеет название энтропия, точнее информационная энтропия. Энтропия *(H)* – мера неопределенности, выраженная в битах. Так же энтропию можно рассматривать как меру равномерности распределения случайной величины.



На **Рис. 1** показано поведение энтропии для случая двух альтернатив, при изменении соотношения их вероятностей *(p, (1-p))*. Максимального значения энтропия достигает в данном случае тогда, когда обе вероятности равны между собой и равны 0,5, нулевое значение энтропии соответствует случаям ($p_0=0$, $p_1=1$) и ($p_0=1$, $p_1=0$).

Рис. 1. Поведение энтропии для случая двух альтернатив.

Количество информации *I* и энтропия *H* характеризуют одну и ту же ситуацию, но с качественно противоположенных сторон. *I* – это количество информации, которое требуется для снятия неопределенности *H*. По определению Бриллюэна информация есть отрицательная энтропия (негэнтропия). Когда неопределенность снята полностью, количество полученной информации *I* равно изначально существовавшей неопределенности *H*. При частичном снятии неопределенности, полученное количество информации и оставшаяся неснятой неопределенность составляют в сумме исходную неопределенность. $H_t + I_t = H$.

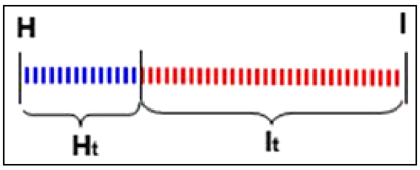


Рис.2 . Связь между энтропией и количеством информации.

По этой причине, формулы для расчета информационной энтропии *H* являются и формулами для расчёта количества информации *I*, т.е. когда речь идёт о полном снятии неопределенности, *H* в них может заменяться на *I*.

В 1948, исследуя проблему рациональной передачи информации через зашумлённый коммуникационный канал, Шеннон предложил вероятностный подход к пониманию коммуникаций и создал истинно математическую теорию энтропии. Его идеи послужили основой разработки двух направлений: теории информации, которая использует понятие вероятности и эргодическую теорию для изучения статистических характеристик данных и коммуникационных систем, и теории кодирования, в которой используются алгебраические и геометрические инструменты для разработки эффективных кодов.

Известны разные определения энтропии:

1. Поворот, превращение, опасное изменение чего-либо; необратимый процесс рассеивания энергии.
2. Направление, движение к беспорядку, хаосу и смерти.
3. В общей теории систем - естественное состояние закрытой системы, стремящейся исчерпать свою энергию и остановиться.

Как уже упоминалось, под информационной энтропией понимают меру хаотичности информации. Можно определить энтропию случайной величины, введя предварительно понятия распределения случайной величины *X*, имеющей конечное число значений:

$$P_X(x_i) = p_i \quad p \ge 0, \quad i = 1, 2, ..., n$$

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$$

и собственной информации:

$$I(X)=-logP_X(X) \qquad (13)$$

Замечание. Собственная информация - статистическая функция дискретной случайной величины. Она является случайной величиной, которую следует отличать от её среднего значения – информационной энтропии. Собственную информацию можно понимать как «меру неожиданности» события - чем меньше вероятность события, тем больше информации оно содержит.

Тогда энтропия определяется как:

$$H(X) = E(I(X)) = -\sum_{i=1}^{n} p(i)\log p(i) \quad (14)$$

От основания логарифма зависит единица измерения информации и энтропии: бит, нат или хартли.

Информационная энтропия для независимых случайных событий x с n возможными состояниями (от 1 до n) рассчитывается по формуле:

$$H(x) = -\sum_{i=1}^{n} p(i)\log_2 p(i) \qquad (15)$$

Эта величина также называется средней энтропией сообщения. Величина $\log_2 \frac{1}{p(i)}$ называется частной энтропией, характеризующей только i-е состояние.

Энтропия события x является суммой с противоположным знаком всех произведений относительных частот появления события i, умноженных на их же двоичные логарифмы (основание 2 выбрано только для удобства работы с информацией, представленной в двоичной форме). Это определение для дискретных случайных событий можно расширить для функции распределения вероятностей.

Шеннон предположил, что прирост информации равен утраченной неопределённости, и задал требования к её измерению:

- мера должна быть непрерывной; т. е. изменение значения величины вероятности на малую величину должно вызывать малое результирующее изменение функции;
- в случае, когда все варианты равновероятны, увеличение количества вариантов (букв) должно всегда увеличивать значение функции;
- должна быть возможность сделать выбор в два шага, в которых значение функции конечного результата должно являться суммой функций промежуточных результатов.

Шеннон показал, что единственная функция, удовлетворяющая этим требованиям, имеет вид:

$$-K\sum_{i=1}^{n} p(i)\log_2 p(i) \quad (16)$$

где K - константа (и в действительности нужна только для выбора единиц измерения).

Измерение энтропии ($H=-p_1\log_2 p_1 - \dots - p_n\log_2(p_n)$), применяемое к источнику информации, может определить требования к минимальной пропускной способности канала, требуемой для надёжной передачи информации в виде закодированных двоичных чисел. Для вывода формулы Шеннона необходимо вычислить математическое «количества информации», содержащегося в цифре из источника информации. Мера энтропии Шеннона выражает неуверенность реализации случайной переменной. Таким образом, энтропия является разницей между информацией, содержащейся в сообщении, и той частью информации, которая точно известна (или хорошо предсказуема) в сообщении. Примером этого является избыточность языка - имеются явные статистические закономерности в появлении букв, пар последовательных букв, троек и т. д.

Информационная энтропия в каком то смысле связана с термодинамической энтропией. Например, демон Максвелла противопоставляет термодинамическую энтропию информации, и получение какого-либо количества информации равно потерянной энтропии.

В общем случае b-арная энтропия (где b равно 2, 3, …) источника $S=(S,P)_c$ с исходным алфавитом $S=\{a_1,\dots,a_n\}$ и дискретным распределением вероятности $P=\{p_1,\dots,p_n\}$ где p_i является вероятностью a_i ($p_i = p(a_i)$) определяется формулой:

$$H_b(S) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_b p_i. \qquad (17)$$

Другим способом определения функции энтропии H является доказательство, что H однозначно определена, если H удовлетворяет следующим трём пунктам:
1) $H(p_1, ..., p_n)$ определена и непрерывна для всех $p_1, ..., p_n$, где $p_i \in [0,1]$ для всех $i = 1, …, n$ и $p_1 + … + p_n = 1$. (Заметьте, что эта функция зависит только от распределения вероятностей, а не от алфавита.)
2) Для целых положительных n, должно выполняться следующее неравенство:

$$H(\underbrace{\frac{1}{n},...,\frac{1}{n}}_{n}) < H\underbrace{\frac{1}{n+1},...,\frac{1}{n+1}}_{n+1} \qquad (18)$$

3) Для целых положительных b_i, где $b_1 + ... + b_k = n$, должно выполняться равенство:

$$H\left(\underbrace{\frac{1}{n},...,\frac{1}{n}}_{n}\right) = H\left(\frac{b_1}{n},...,\frac{b_k}{n}\right) + \sum_{i=1}^{k}\frac{b_i}{n}H\left(\underbrace{\frac{1}{b_i},...,\frac{1}{b_i}}_{b_1}\right) \qquad (19)$$

Энтропия является количеством, определённым в контексте вероятностной модели для источника данных. Например, кидание монеты имеет энтропию $-2(0{,}5\log_2 0{,}5) = 1$ бит на одно кидание (при условии его независимости). У источника, который генерирует строку, состоящую только из букв «А», энтропия равна нулю: $-\sum_{i=1}^{\infty}\log_2 1 = 0$. Так, к примеру, опытным путём можно установить, что энтропия английского текста равна 1,5 бит на символ, что конечно будет варьироваться для разных текстов. Степень энтропии источника данных означает среднее число битов на элемент данных, требуемых для её зашифровки без потери информации, при оптимальном кодировании.

Некоторые биты данных могут не нести информации. Например, структуры данных часто хранят избыточную информацию, или имеют идентичные секции независимо от информации в структуре данных.

Количество энтропии не всегда выражается целым числом бит.

Общие свойства энтропии:
1) Неотрицательность: $H(X) \geq 0$.
2) Ограниченность: $H(X) \leq \log|X|$. Равенство, если все элементы из X равновероятны.
3) Если X, Y независимы, то $H(XY) = H(X) + H(Y)$.
4) Энтропия - выпуклая вверх функция распределения вероятностей элементов.
5) Если X, Y имеют одинаковое распределение вероятностей элементов, то $H(X) = H(Y)$.

Остановимся несколько подробнее на математических свойствах энтропии

Свойство 1

Неопределенность физической системы равна нулю: $H = H(p_1, p_2, ..., p_n) = 0$, если одно из чисел $p_1, p_2, ..., p_n$ равно 1, а остальные равны нулю.
Доказательство: $-1\log 1 = 0$

$$-0\log 0 = \lim\left(-p_i\log p_i\right) = \lim\left(-\frac{\log p_i}{\frac{1}{p_i}}\right) = \lim\left(\frac{-\log\frac{e}{p_i}}{-\frac{1}{p_i^2}}\right) = \lim\left(p_i\log e\right) = 0 \qquad (20)$$

Свойство 2

Энтропия максимальна, когда все состояния источника равновероятны.
Доказательство:

$$\sum_{1}^{n} p_i = 1$$

Ищем локальный экстремум. Для этого рассмотрим функционал

$$F = -\sum_{1}^{n} p_i \log p_i + \lambda\left(\sum_{i=1}^{n} p_i - 1\right),$$

где λ по Лагранжу, а $\left(\sum_{i=1}^{n} p_i - 1\right)$ - из условия ограничения. Берём первые частные производные по p_i:

$\log p_1 = \lambda - \log e$;
$\log p_2 = \lambda - \log e$

……………..

$\log p_n = \lambda - \log e$

Поскольку правые части всех выражений одинаковые, можно сделать вывод о равновероятных состояниях физической системы, т. е.: $p_1 = p_2 = \dots p_n$,

Тогда: $H = -\sum_1^n \frac{1}{n} \log \frac{1}{n} = \log n$ (21)

Получили выражение для максимальной энтропии, соответствующее формуле Хартли.

Свойство 3

Всякое изменение вероятностей $p_1, p_2, \dots, p_n$ в сторону их выравнивания увеличивает энтропию $H(p_1, p_2, \dots, p_n)$.

Доказательство:

$$H = -\sum_1^n p_i \log p_i \text{ и } \sum_1^n p_i = 1$$

Пусть $p_2 > p_1$, тогда $\Delta p \le \frac{p_2 - p_1}{2}$, $p_1^* + p_2^* + \dots + P_n^* \to H^*$

Нам нужно доказать, что $H^* - H > 0$

$$\Delta P = P^* - P = \frac{\partial H}{\partial p_1}\Delta p_1 + \frac{\partial H}{\partial p_2}(-\Delta p_2) = \left(\frac{\partial H}{\partial p_1} - \frac{\partial H}{\partial p_2}\right)\Delta p$$

$$\frac{\partial H}{\partial p_1} = -\log p_1 - \log e \quad и \quad \frac{\partial H}{\partial p_2} = -\log p_2 - \log e$$

$\Delta H = \log \frac{p_2}{p_1}$, $\Delta p > 0$, так как $p_2 > p_1$, что и требовалось доказать.

Свойство 4

Математическое ожидание вероятности есть энтропия

$$M(-\log p_i) = -\sum_{i=1}^n p_i \log p_i \quad (22)$$

Из всех дискретных распределений с фиксированным средним геометрическое распределение является одним из распределений с максимальной информационной энтропией.

Геометри́ческое распределе́ние в теории вероятностей - это распределение дискретной случайной величины равной количеству испытаний случайного эксперимента до наблюдения первого «успеха».

4. СРАВНЕНИЕ ЭНТРОПИЙ

4.1 Термодинамическая и статистическая энтропии

Введение понятия энтропии связано с поиском координаты теплообмена, т.е. физической величины, неизбежно изменяющейся в процессе теплообмена и остающейся неизменной в его отсутствие (подобно тому, как ведет себя объем в процессе совершения работы сжатия). Клаузиус нашел эту координату для частного случая равновесного (обратимого) теплообмена путем разбиения произвольного цикла тепловой машины серией адиабат и изотерм на ряд элементарных обратимых циклов Карно.

Название параметра *S*, данное ему Р. Клаузиусом (в переводе с греческого энтропия означает «внутреннее превращение») подчеркивало совершенно иное и необычное для науки того времени свойство энтропии возрастать и в отсутствие теплообмена (вследствие самопроизвольного превращения упорядоченных форм энергии в тепловую). Эта двойственность энтропии как параметра, существующего независимо от необратимости, но возрастающего именно вследствие последней, и породила многочисленные дискуссии о физическом смысле этого параметра. Оглядываясь назад, можно лишь сожалеть, что в связи с крушением теории теплорода как «неуничтожимого флюида» для введенного Р. Клаузиусом нового параметра не нашлось лучшего термина, более близкого по смыслу к теплороду как аналогу массы воды, падающей в водяных колесах с одного уровня на другой. Эта аналогия тепловых машин с водяными двигателями была подмечена ещё С. Карно (1824). Не изменилась, к сожалению, ситуация и после введения Гельмгольцем (1847) понятия «связанной» (с тепловым движением) энергии *TS,* когда, казалось бы, стало ясным, что энтропия Клаузиуса *S* - это количественная мера хаотического движения, находящаяся в таком же отношении к связанной энергии *TS,* как импульс - к кинетической энергии.

Некоторые учёные в серьёз полагают, что назови Клаузис энтропию как-то иначе, например, интегралом Клаузиса, никому бы и в голову бы не пришло сравнивать техническую энтропию с термодинамической.

Физический смысл энтропии Клаузиуса S несложно выяснить, если признать существование тепловой энергии как части внутренней энергии. Эта энергия изменяется как вследствие подвода тепла извне, так и вследствие выделения в системе теплоты диссипации, т.е. превращения в тепловую других (упорядоченных) форм внутренней энергии системы. Энтропия играет по отношению к внутренней тепловой энергии ту же роль, что и импульс системы - по отношению к кинетической энергии. Иными словами, энтропия S характеризует суммарный импульс частиц системы, утративший свою векторную природу вследствие хаотичности теплового движения. Эту меру количества хаотического движения, складывающуюся из модулей импульсов отдельных частиц системы, следовало бы назвать *термоимпульсом*. В таком случае сразу бы стало ясным, что энтропия должна возрастать не только при подводе тепла извне, но и при возникновении её внутренних источников вследствие трения, экзотермических химических реакций, воздействия токами высокой частоты, индукционного нагрева и т.п., т.е. при превращении упорядоченных форм энергии в тепловую.

Поиски физического смысла энтропии и попытки найти альтернативу неизбежному, казалось бы, выводу о «тепловой смерти Вселенной» привели к статистическому толкованию второго начала термодинамики. Полагая, что возрастание энтропии в необратимых процессах отражает стремление природы к более вероятному состоянию, Л. Больцман пришёл к выводу, что зависимость между энтропией S и термодинамической вероятностью состояния Ω имеет вид:

$$S = k\ln |\mathrm{W}|, \qquad (23)$$

где k - константа, названная впоследствии его именем.

Согласно этому выражению, энтропия термодинамических систем пропорциональна логарифму вероятности их состояния. Основным постулатом при этом явилось предположение, что наиболее вероятное распределение частиц (осуществляемое наибольшим числом способов) является одновременно и равновесным. Основанием для этого послужило то обстоятельство, что обе названные величины (энтропия и «термодинамическая» вероятность состояния W) аддитивны и достигают максимума в состоянии равновесия. Поскольку же наибольшему значению W соответствует состояние «молекулярного хаоса», энтропия в концепции Больцмана приобрела смысл меры неупорядоченности состояния системы. Так из интуитивных представлений о «молекулярном хаосе» энтропия в концепции Больцмана приобрела смысл меры неупорядоченности любой системы.

В этой связи уместен вопрос, в какой мере обоснован «принцип Больцмана», предполагающий, что наиболее вероятное распределение частиц газа по скоростям является одновременно и равновесным? В самом деле, если говорить о тепловом равновесии или создавать математическую модель теплового движения, то вполне логично было предположить, что тепловое равновесие можно отождествить с состоянием, характеризующимся максимальным числом перестановок различимых молекул и потому встречающимся наиболее часто. Однако для случаев нетеплового равновесия или для более сложных молекулярных моделей систем со многими степенями свободы наиболее вероятно иное распределение тех же или иных свойств.

Важно, что допущение Больцмана о равновероятности всех микросостояний термодинамической системы взаимодействующих частиц никоим образом не соответствует действительности. При этом, даже если между S и W и существует корреляция, ниоткуда не следует, что энтропия является однозначной функцией только W. К тому же энтропия - отнюдь не единственная величина, самопроизвольно изменяющаяся в одном направлении. Односторонне изменяется и объем системы при расширении газа в пустоту, напряжения в телах при их релаксации, степени полноты самопроизвольных химических реакций, векторы поляризации и намагниченности после изоляции диэлектриков и магнетиков после изоляции их от внешних полей, и т.д. и т.п. Более того, односторонне изменяются в изолированной системе и такие функции состояния, как энергия Гельмгольца $F = U - TS$ и Гиббса $G = U + pV - TS$, которые полнее отражают изменения их состояния, поскольку внутренняя энергия U заведомо зависит от всех переменных состояния поливариантной системы. Казалось бы, именно эти характеристические функции и следовало бы связывать с вероятностью состояния, а не энтропию как один из их независимых аргументов. Наконец, термодинамическая вероятность во многом зависит от того, какие частицы мы считаем различимыми.

Отсюда вывод: энтропия стала мерой «хаоса» исключительно в силу субъективных причин.

Со статистической трактовкой энтропии связано появление еще одной её разновидности – «негэнтропии» (negative entropy). Впервые этот термин применил Больцман при статистической трактовке понятия энтропии. По Больцману, процесс передачи отрицательной энтропии от Солнца к Земле означает их перераспределение между ними с уменьшением энтропии Земли и её «упорядочиванием». Отсюда вывод: борьба биосистем за существование - борьба за негэнтропию, а не за сырье и свободную энергию. Э. Шредингер развил идеи о «поставке отрицательной энтропии с солнечным излучением» и о «высасывании» её организмами из окружающей среды». Трактовка энтропии как антипода понятий «организация», «упорядоченность» и «сложность» игнорирует отсутствие в термодинамике понятия отрицательной энтропии и потому искажает истинную связь этого понятия с необратимостью и диссипацией.

В термодинамике энтропия является носителем тепловой формы движения, т.е. величиной, способной передаваться через границы системы в процессе теплообмена или массообмена между ней и окружающей средой. Это обстоятельство послужило основанием для введения в термодинамике неравновесных процессов понятия «потока энтропии», аналогичного потоку вещества, заряда и т.п. Говорить же о переносе через границы системы «вероятности состояния» бессмысленно.

Рассмотрим самопроизвольный процесс смешения невзаимодействующих газов при постоянном объёме после удаления разделявшей их перегородки. Этот процесс не изменяет ни температуры, ни давления, ни состава системы в целом. Многокомпонентная термомеханическая система ещё до смешения находится в полном (термическом, механическом и химическом) равновесии, так что процесс смешения не может вызвать приближения её к равновесию ни по одной из располагаемых ею степеней свободы. Тем не менее процесс самопроизвольного перемешивания также соответствует приближению системы к более вероятному состоянию. Эта тенденция к перемешиванию возникает уже при числе молекул, равном или большем трёх при сколь угодно малом взаимодействии между ними, т.е. в условиях, когда совершенно неуместно говорить вообще о термодинамической системе. Поэтому достижение наиболее вероятного состояния ещё не является достаточным признаком термодинамического равновесия. Иными словами, равновесие и хаос - понятия различимые. Особое место в этом плане занимают метастабильные состояния, которые не соответствуют максимуму вероятности, однако являются разновидностью равновесных состояний. К тому же энтропия равновесного состояния не может быть изменена в отсутствие воздействия извне, в то время как статистическая энтропия предполагает наличие её флуктуаций.

В качестве дополнительных примеров различного поведения термодинамической и статистической энтропии можно привести также самопроизвольное образование кристаллов льда в переохлажденной жидкости или выпадение осадка в пересыщенном растворе, сопровождающиеся упорядочением его структуры (т.е понижением энтропии Больцмана и Гиббса), и одновременно - повышением температуры и возрастанием энтропии термодинамической. Кстати, известно вещество (водный раствор органических соединений циклодекстрина и 4-метилпиридина), которое затвердевает при нагреве и плавится при его обратимом охлаждении, т.е. ведёт себя противоположно статистической энтропии. Статистическая энтропия уменьшается и в процессах «самоорганизации», сопровождающейся удалением системы от состояния равновесия, в то время как термодинамическая энтропия при этом остаётся в лучшем случае неизменной (поскольку вывести систему из равновесия можно только путем совершения над ней полезной работы, которая, как известно, относится к адиабатическим воздействиям и не изменяет энтропии системы). Это замечание относится и к многочисленным примерам уменьшения статистической энтропии системы под действием внешних потенциальных сил, также вызывающих их упорядочивание.

Отличие термодинамической и статистической энтропии проявляется наглядно и при оценке её величины для заполняющего Вселенную реликтового излучения. Если статистическая температура этого излучения, найденная по средней скорости движения космических частиц, превышает 2000К, то термодинамическая температура, найденная по максиму излучения (из его спектральных характеристик), менее 3К. Соответственно различаются и величины энтропий.

4.2 Информационная и термодинамическая энтропии

Остановимся теперь на важном вопросе – взаимосвязи между информационной энтропией (энтропией Шеннона), H, и статистической энтропией (энтропией Больцмана), S.

Формула Шеннона совпала по форме с формулой Больцмана-Планка, полученной на 70 лет ранее для измерения термодинамической энтропии идеального газа. В результате энтропию стали понимать как меру неупорядоченности, неорганизованности материальных систем.

Так, если некий опыт имеет n равновероятных исходов, а другой опыт m равновероятных исходов, то составной опыт имеет nm таких исходов. Если мы вводим меру неопределенности f , то естественно потребовать, чтобы она была такова, чтобы во-первых, неопределенность росла с ростом числа возможных исходов, а во-вторых, неопределенность составного опыта была равна просто сумме неопределенности отдельных опытов, иначе говоря, мера неопределенности была аддитивной: $f(nm)=f(n)+f(m)$. Именно такая удобная мера неопределенности была введена Шенноном:

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{N} P(X_i)\log P(X_i), \qquad (24)$$

где X – дискретная случайная величина с диапазоном изменчивости N, $P(X_i)$ – вероятность i – го уровня X. X можно представлять как сигнал, который может быть записан самописцем, как рельеф местности вдоль некоторого профиля, как пространственное распределение плотности энергии поля и т.п.

Возможная величина энтропии заключена в пределах:

$$0 \le H(X) \le \log N.$$

Нижняя грань соответствует вырожденному распределению. Неопределенность величины X отсутствует. В вариационном ряду это соответствует $X_j=const$. Верхняя грань соответствует равномерному распределению. Все N значений X_i встречаются с равной вероятностью. В вариационном ряду это может соответствовать, в частности, линейному тренду $X_j=ar_j$. Если две случайные величины X и Y, каким-то образом связанные друг с другом (например на входе и выходе какой-то системы), то знание одной из них, уменьшает неопределенность значений другой. Остающаяся неопределенность оценивается условной энтропией. Так, условная энтропия X при условии знания Y определяется как:

$$H(X \mid Y) = \sum_{k=1}^{k} P(Y_k)\sum_{i=1}^{N} P(X_i \mid Y_k)\log P(X_i \mid Y_k) \qquad (25)$$

где $P(X_i \mid Y_k)$ – условные вероятности (вероятность i-го значения X при условии $Y=Y_k$), диапазоны изменчивости X и Y (соответственно N и K) не обязательно совпадают.

Чтобы рассчитать $H(X|Y)$, рассчитывают K энтропий X, соответствующих фиксированному Y_k и затем суммируют результаты с весами $P(Y_k)$. Очевидно, условная энтропия меньше безусловной, точнее:

$$0 < H(X|Y) < H(X).$$

Нижняя грань соответствует однозначной зависимости X от Y, верхняя – полной независимости.

Информация определяется разностью между безусловной и условной энтропиями. Это уменьшение неопределенности «знания чего-то за счёт того, что известно что-то». При этом замечательно, что информация I симметрична, т.е. $I_{YX}=I_{XY}$:

$$I_{XY}=H(X)-H(X|Y)=H(Y)-H(Y|X)= I_{YX}.$$

Информация всегда неотрицательна; она равна нулю, когда X и Y независимы; информация максимальна и равна безусловной энтропии, когда между X и Y имеется однозначная зависимость. Таким образом, безусловная энтропия – это максимальная информация, потенциально содержащаяся в системе (вариационном ряде).

Информация – характеристика степени зависимости некоторых переменных. Это предельно общая характеристика. Ее можно сравнить с корреляцией, но если корреляция характеризует лишь *линейную* связь переменных, информация характеризует *любую* связь. Тип связи может быть совершенно любым и, более того, неизвестным нам. Это не помешает рассчитать информацию, количественно сравнивать между собой разнотипные зависимости и т.д. Платой за общность является лишь невозможность, зная количество информации написать уравнение связи переменных (в отличие от того, как корреляция позволяет легко переходить к регрессии).

Меру неопределённости называют *«энтропией дискретного источника информации»* или *«энтропией конечного ансамбля»*. То, что скрывается за этой формулой, относящейся к *«мере свободы чьего-либо (или какой-либо системы) выбора в выделении сообщения»*, совпадало с математическим описанием энтропии термодинамической системы, предложенной Больцманом:

$$H = \frac{1}{M_n}\sum_{i=1}^{N} m_i \ln\frac{m_i}{M_n} \quad (26)$$

Отсюда был сделан вывод: количество информации математически тождественно энтропии того или иного объекта, взятой с обратным знаком. Энтропия характеризует меру хаотичности, неупорядоченности системы. Следовательно, информация может быть представлена как отрицательная энтропия (или негэнтропия) системы».

Этот вывод незамедлительно был оспорен многими видными учёными, но продолжает оставаться популярным, т.к. происходит медленное накопление фактов в его поддержку.

Энтропия Больцмана выведена для идеального газа и трактуется как мера беспорядка, мера хаоса системы. Для идеального газа (*но только для идеального газа!)* энтропии Больцмана и Клаузиуса тождественны, поэтому и эмпирическая функция Клаузиуса стала объясняться как мера вероятности состояния молекулярной системы. Сложилось мнение, что энтропия и беспорядок - одно и тоже. Несмотря на то, что энтропия описывает узкий класс природных объектов (идеальные газы), её некритично привлекают для описания более сложных объектов.

В реальных молекулярных системах существуют два вида энергии: потенциальная (энергия связей) и кинетическая (энергия движения молекул). Больцман потенциальную энергию не учитывал. Но формула Клаузиуса, являясь эмпирической, автоматически учитывала все виды энергии. Поэтому значения энтропий Больцмана и Клаузиуса совпадают только в применении к идеальным газам, где доля потенциальной энергии невелика. Для расчетов энтропии жидкостей и твердых тел с высоким значением потенциальной энергии используют, как правило, только энтропию Клаузиуса ($S=Q/T$). Во Вселенной относительно стационарные структуры существуют только благодаря силам взаимодействия, но именно эти силы энтропия Больцмана не учитывает. Поэтому прогноз тепловой смерти Вселенной ошибочен.

Сопоставим теперь энтропию Шеннона с энтропией Больцмана и Клаузиуса. Энтропия Клаузиуса

$$S = Q/T \qquad (27)$$

где Q – теплота, T - температура.

Очевидно, что формулы Шеннона и Клаузиуса совершенно не схожи. В последней фигурирует температура, которую к теории связи никак не применишь. Но формулы Больцмана ($S=KlnW$) и Шеннона ($H=-\sum P_i\ log_2 P_i$) имеют некоторое внешнее сходство. Рассмотрим крайние случаи. Допустим, по каналу связи передается один и тот же сигнал (буква А и пауза) и никаких помех нет. Вероятность обнаружить сигнал А равна ½.Тогда H = ($1/2\log_2 1/2+1/2\log_2 1/2$)=1. Это означает, что по каналу передается количество информации Y = $\log_2 2$ =1 бит. Смысл информации Шеннона сводится к достоверному отличию одного сигнала от другого. Например, отличию сигнала на входе канала от сигнала на выходе. Сходство S и H в том, что стремление к равновероятности (однородности) состояний системы увеличивает обе энтропии. Но в энтропии Больцмана нет верхнего предела S. Чем больше W, тем выше S. У Шеннона $H_{\max} = 1$.

В соответствии со вторым законом термодинамики закрытые системы, т.е. системы лишённые возможности вещественно-энергетически-информационного обмена с внешней средой, стремятся, и с течением времени неизбежно приходят к естественному устойчивому равновесному внутреннему состоянию, что соответствует состоянию с максимальной энтропией. Закрытая система стремится к однородности своих элементов и к равномерности распределения энергии связей между ними. Т.е. в отсутствии информационного процесса материя самопроизвольно забывает накопленную информацию.

В статистической механике энтропия характеризует неопределённость, связанную с недостатком информации о состоянии системы. Наибольшей оказывается энтропия у равновесной полностью беспорядочной системы – о её состоянии наша осведомленность минимальна. Упорядочение системы (наведение какого-то порядка) связано с получением некоторой дополнительной информации и уменьшением энтропии. В теории информации энтропия также отражает неопределённость, однако, это неопределенность иного рода – она связана с незнанием результата опыта с набором случайных возможных исходов. Поэтому, хотя между энтропией в физике и информатике много общего, необходимо различать эти понятия.

Важно, что в термодинамике под энтропией системы подразумевают сумму энтропии всех её молекул, но не учитывают макросостояния самой системы.

Энтропия системы – функция её макросостояний, поэтому она не тождественна термодинамической энтропии. Так, энтропия всегда неподвижно лежащего мяча, с которым не может ничего произойти, равна нулю, потому что для него существует только одно состояние. Но его термодинамическая энтропия, если газ внутри находится в равновесном состоянии, будет максимальной. Факт прекращения всякого развития в системе «мяч» характеризуется именно уменьшением уровня её энтропии до нуля, хотя сумма энтропии его молекул максимальна. Максимальна её термодинамическая энтропия, но она не характеризует систему, как единое целое. Поэтому можно сказать, что «тепловая смерть» - нулевая энтропия системы в целом. Это возможно и в том случае, если энтропия каждой молекулы равна нулю. Развитие системы прекращается, если её энтропия становится равной нулю, независимо от суммы энтропий составляющих её молекул, которая может быть и максимальной и минимальной.

Таким образом, сейчас известно три основных варианта энтропий. В термодинамике - это функция состояния (Клаузиус) и мера беспорядка (Больцман). В теории информации – мера достоверности передаваемой по каналу связи информации (Шеннон). При этом энтропия Больцмана является мерой беспорядка, хаотичности, однородности молекулярных систем; энтропия Клаузиуса пропорциональна количеству связанной энергии, находящейся в системе, которую нельзя превратить в работу; энтропия Шеннона количественно характеризует достоверность передаваемого сигнала и используется для расчета количества информации.

Существует явное различие между термодинамической *S*-энтропией и *H*-энтропией Шеннона. *S*-информация лишь служит мерой неопределённости при статистическом описании системы, тогда как формула Шеннона (при соответствующей конкретизации) служит мерой информации открытых систем как в процессах временной эволюции, так и при эволюции стационарных состояний в пространстве управляющих параметров.

При сравнении термодинамической статистической и шенноновской информаций, следует учитывать, что Шеннон дал два определения информации. Первое совпадает с определением энтропии Больцмана. Эта информация, как и энтропия Больцмана является мерой степени неопределённости при выбранном уровне статистического описания рассматриваемой системы. Поэтому используется термин *S*-информации. Такая информация не годится для описания открытых систем. Более адекватным для открытых систем является другое, также предложенное Шенноном определение информации. Пусть имеется функция распределения двойного набора переменных *f(X,Y)* рассматриваемой системы. Это позволяет определить информацию об объекте *X* относительно *Y*, и наоборот. В обоих случаях информация определяется разностью безусловной и условной энтропий и связана тем самым с соответствующим изменением степени неопределённости о состоянии выделенной системы.

Вопрос взаимосвязи термодинамической энтропии Больцмана и энтропии информационных процессов был и остаётся предметом дискуссии. Сторонники наличия такой взаимосвязи считают, что энтропия Больцмана и информационная энтропия эквивалентны друг другу. При этом в качестве аргумента приводится тот факт, что в традиционной формуле информационной энтропии Шеннона присутствует коэффициент пропорциональности *К*, зависящий от выбора единиц измерения. Поэтому, беря в качестве *К* постоянную Больцмана *k*, можно осуществлять переход от информационной энтропии к энтропии термодинамической. Противники взаимосвязи энтропии Больцмана и информационной энтропии, в свою очередь, утверждают, что термодинамическая энтропия и энтропия информационных процессов – это разные величины, что видно хотя бы из того, что информационная энтропия не является термодинамическим параметром.

Тем не менее, появились доказательства, что между информационной (технической) энтропией и термодинамической энтропией Больцмана существует определенная взаимосвязь, форма которой, однако, отрицает их эквивалентность. Остановимся на аналогии между подходом Больцмана к анализу поведения молекул в замкнутом сосуде и подходом Шеннона к анализу текста.

Энтропия Больцмана обозначает степень неупорядоченности статистических форм движения молекул. Энтропия максимальна при равновероятном распределении параметров движения молекул (направлении, скорости и пространственном положении). Значение энтропии уменьшается, если движение молекул упорядочить. По мере увеличения упорядоченности движения энтропия стремится к нулю (например, когда возможно только одно значение и направление скорости). При составлении какого-либо сообщения (текста) с помощью энтропии можно характеризовать степень неупорядоченности движения (чередования) символов. Текст с максимальной энтропией – это текст с равновероятным распределением всех букв алфавита, т.е. с бессмысленным чередованием букв, например: ЙХЗЦЗЦЩУЩЦУШК ШГЕНЕЭФЖЫЫДВЛВЛО АРАПАЯЕЯЮЧБ СБСЬМ. Если при составлении текста учтена реальная вероятность букв, то в получаемых таким образом «фразах» будет наблюдаться определенная упорядоченность движения букв, регламентируемая частотой их появления: ЕЫТ ЦИЯЬА ОКРВ ОДНТ ЬЧЕ МЛОЦК ЗЬЯ ЕНВ ТША. При учете вероятностей четырехбуквенных сочетаний текст становится настолько упорядоченным, что по некоторым формальным признакам приближается к осмысленному: ВЕСЕЛ ВРАТЬСЯ НЕ СУХОМ И НЕПО И КОРКО. Причиной такой упорядоченности в данном случае является информация о статистических закономерностях текстов. В осмысленных текстах упорядоченность, естественно, еще выше. Так, во фразе ПРИШЛ... ВЕСНА мы имеем еще больше информации о движении (чередовании) букв. Таким образом, от текста к тексту увеличиваются упорядоченность и информация, которой мы располагаем о тексте, а энтропия (мера неупорядоченности) уменьшается.

На связь между энтропией и информацией задолго до Шеннона и Брюллюэна указал венгеро-немецко англо-американский учёный Сциллард, который в 1929, анализируя парадокс «демон Максвелла», показал, что энтропия, теряемая газом за счет разделения молекул на медленные и быстрые, в точности равна информации, получаемой «демоном Максвелла». Сумма энтропии и информации в системе «газ-наблюдатель» оказалась постоянной величиной, т.е. физическая характеристика оказалась мерой познания, в котором наблюдатель узнаёт о системе ровно столько, сколько она теряет. Познавая систему, он изменяет её, «нарушая» при этом второе начало термодинамики. Такое нарушение неизбежно, поскольку вмешательство наблюдателя, проводящего измерения в системе, нарушает её замкнутость, а, следовательно, исчезают условия, при которых справедлив закон возрастания энтропии.

Способна ли энтропия превращаться в информацию? Некоторые авторы настроены в этом отношении весьма скептически, полагая, что физическая энтропия и энтропия в теории информации имеют случайное сходство. Другие считают, что энтропия прямо переходит в информацию и что получение наблюдателем какой-либо информации о системе неизбежно приводит к эквивалентному снижению энтропии в этой системе. Понятие информации выходит за рамки обычной статистической трактовки и не может быть сведено к энтропии.

Мнение Л. Бриллюэна о том, что энтропия и информация не могут трактоваться порознь и всегда должны рассматриваться совместно, в настоящее время можно считать опровергнутым. Но в явлениях, связанных с превращением энтропии, мы, конечно, сталкиваемся с феноменом информации. Пусть это лишь одно из проявлений информации, но оно весьма поучительно и полезно в управлении. Если верно то, что процесс наблюдения приводит к снижению энтропии в статистической системе, то не означает ли это, что энтропия, будучи объективной, физической характеристикой системы, вместе с тем как-то отображает и наш уровень познания системы, задаваемый применяемыми статистическими средствами? Предположим, что применение функций распределения вероятностей для описания идеального газа связано с нежеланием физика следить за положением и скоростью каждой молекулы. При таком подходе газ становится локально неопределенной системой. Причём количество этой неопределенности можно измерить при помощи энтропии. Получается, что энтропия как мера неопределенности системы – это своего рода цена, которую мы заплатили за желание получить целостное представление о системе. Если бы мы провели опыт по измерению координат импульсов всех молекул газа, то полученный объём информации был бы в точности равен энтропии, поскольку неопределенность в этом случае полностью исчезла. Создается видимость, что энтропия газа обусловлена исключительно применением статистических методов. Известная доля истины в этом, безусловно, есть. Но не вся истина!

4.3. Сравнение энтропии с информацией

Чтобы каким-либо образом описать упорядоченность любой системы, физикам пришлось ввести величину, функцию состояния системы, которая бы описывала её упорядоченность, степень и параметры порядка, самоорганизованность системы. Понятие энтропии впервые было введено в термодинамике для определения меры необратимого рассеяния энергии. Потом энтропия стала применяться и в других областях науки: в статистической физике как мера вероятности осуществления какого - либо макроскопического состояния; в теории информации - мера неопределенности какого-либо опыта (испытания), который может иметь разные исходы. Все эти трактовки энтропии возможно имеют глубокую внутреннюю связь. Энтропия - функция состояния, т. е. любому состоянию можно сопоставить вполне определенное (с точность до константы - эта неопределенность убирается по договоренности, что при абсолютном нуле энтропия тоже равна нулю) значение энтропии.

Разные энтропии вводились разными учёными. Приведём некоторые из них.

Энтропия Гиббса – стандартная формула для вычисления статистической механической энтропии термодинамической системы:

$$S = -k_B \sum_i p_i \ln p_i \qquad (28)$$

Здесь суммирование ведётся по всем возможным состояниям системы (обычно по $6N$-мерным точкам, если система состоит из N частиц); множитель k_B отражает два факта: 1) выбор основания логарифма и 2) выбор температурной шкалы.

Термодинамическая энтропия Клазиуса и Кельвина:

$$S = \int \frac{dQ}{T} \qquad (29)$$

где Q – энергия, T – температура.

Термодинамическая энтропия - часть внутренней энергии системы, которая не может быть превращена в работу.

Статистическая энтропия Больцмана-Планка:

$$S = H = \ln W, \qquad (30)$$

где W – вероятность состояния.

Энтропия Больцмана выведена для идеального газа и трактуется как мера беспорядка, хаотичности, однородности молекулярных систем.

Энтропия Хартли

$$H = \log_2 N, \qquad (31)$$

где N – число элементов множества (количество равновероятных состояний).

Техническая (кибернетическая, компьютерная) **энтропия Шеннона**:

$$H = -\sum_{t=0}^{N-1} p(X)_i \log_2(p(X)_i) = \sum_{i=0}^{N-1} p(X)_i \log_2\left(\frac{1}{p(X)_i}\right) \qquad (32)$$

где P – вероятность i-го уровня переменной (сигнала) X с диапазоном изменчивости N.

Энтропия Шеннона количественно характеризует достоверность передаваемого сигнала и используется для расчета количества информации.

Квантовая энтропия фон Неймана:

$$H=-T_r\{r\ lnr\}, \qquad (33)$$

где плотность r определяется через волновую функцию у *:* r=|у ><у |.

Замечание. Мера квантовой информации: количество информации I в системе численно равно следу квадрата матрицы плотности: $I = \mathrm{Tr}(\rho^2)$. Часто количество квантовой информации определяется просто как число кубитов в системе. Энтропия фон Неймана введена в качестве первой меры квантовой запутанности.

Возникает важный вопрос: имеют ли эти энтропии что-то общее между собой, или кроме имени их ничего не объединяет? Есть учёные, которые отвечают на этот вопрос утвердительно, есть - отрицательно, остальные – сомневаются…

Первая трудность при сравнении этих энтропий – различие в размерностях: размерность S Дж/град, H – безразмерна.

Безразмерная энтропия, конечно удобнее и, чтобы привести (1) к безразмерному виду, надо просто разделить правую часть на постоянную Больцмана k. Эта постоянная не имеет большего смысла, чем коэффициент связи между единицами измерения энергии и температуры. Если бы мы стали измерять температуру в джоулях (что неудобно, но законно), то надобность в этой константе отпала бы. Однако здесь есть чисто количественный нюанс. Величина k весьма мала: $1{,}38\cdot10^{-23}$ *Дж/К*. Разделив (1) на k мы сразу получаем представление о том, насколько велики изменения энтропии в самых заурядных термодинамических процессах по сравнению с теми, которыми мы оперируем в информатике. Это даёт представление о том, насколько велика недоступная на макроуровне информация о микросостоянии вещества. Определение (1) – практически самое важное для теплофизики, но, пользуясь им, трудно увидеть универсальность понятия энтропии. Принципиальным недостатком (1) является также то, что это формула верна только для квазиравновесных состояний. Поэтому мы сосредоточимся на определениях (2) и (3).

Вопрос взаимосвязи энтропии Больцмана с традиционными информационно-энтропийными мерами Хартли и Шеннона, которые при использовании двоичных логарифмов, математически тождественны, давно является предметом дискуссии. Приверженцы этой взаимосвязи считают, что энтропия Больцмана и информационная энтропия эквивалентны друг другу. При этом в качестве аргумента приводится тот факт, что в формулах Хартли и Шеннона, формально похожих на формулу Больцмана, присутствует коэффициент пропорциональности a, зависящий от выбора единиц измерения информации. Поэтому, беря в качестве a постоянную Больцмана k, можно осуществлять переход от информационной энтропии к энтропии термодинамической. Более того, например, по мнению Бриллюэна, при рассмотрении физических систем информацию и термодинамическую энтропию лучше выражать одними и теми же единицами.

В связи с тем, что внешний вид формул совпадает, можно предположить, что понятие информация ничего не добавляет к понятию энтропии. Однако это не так. Если понятие энтропии применялось ранее только для систем, стремящихся к термодинамическому равновесию, т.е. к максимальному беспорядку в движении её составляющих, к увеличению энтропии, то понятие информации обратило внимание и на те системы, которые не увеличивают энтропию, а наоборот, находясь в состоянии с небольшими значениями энтропии, стремятся к её дальнейшему уменьшению.

Противники наличия такой взаимосвязи между энтропией Больцмана и информационно-энтропийными функциями, в свою очередь, утверждают, что это разные величины и задают вопрос: «Разве достаточно формального сходства двух выражений, чтобы одну величину измерять в единицах другой и на этом основании устанавливать между ними непосредственную взаимосвязь?». И, указывают на то, что в литературе вначале отмечалось отличие этих двух величин, обозначаемых одним словом, но позже многие авторы последовали за Бриллюэном, отождествившим термодинамическую и информационную энтропии.

Кроме этих полярных точек зрения, существует и ряд промежуточных, более осторожных мнений. Так, например Эшби, не отрицая определенной связи между энтропией Шеннона и термодинамической энтропией, указывает, что «выводы в этих вопросах требуют большой осторожности, ибо самое незначительное изменение условий или допущений может превратить высказывание из строго истинного в абсурдно ложное». Интересным представляется также мнение Шамбадаля, который сначала, вслед за

Бриллюэном, берёт в качестве коэффициента пропорциональности *a* постоянную Больцмана *k*, а затем говорит о том, что «тождественность величин *I* и *S* (информации и энтропии Больцмана) происходит не столько от самой природы вещей, сколько от нашего произвола».

Скорее всего, меры Хартли и Шеннона действительно имеют взаимосвязь с энтропией Больцмана, но эта взаимосвязь отрицает их эквивалентность и тождественность. Причем каждая из этих информационных энтропий имеет свой физический аспект интерпретации: энтропия Хартли связана с термодинамически равновесным состоянием системы идеальных газов, а энтропия Шеннона, – с энтропией смешения газов и, соответственно, увеличивается по мере приближения системы к состоянию термодинамического равновесия.

У энтропии физической и энтропии информационной разные характеры. Из-за них они и ведут себя по-разному. Действительно, если при взаимодействии двух тел одно из них увеличивает энтропию, то это всегда бывает за счет другого тела. Но ничего подобного не случается с информацией. Остроумно сказал по этому поводу Луи де Бройль: «Если я посылаю вам телеграмму, чтобы известить о падении министерства, я доставляю вам информацию, но в то же время не теряю ее сам».

До сих пор мы оставались в рамках классической информации. Коротко остановимся теперь на информации фон Неймана. Теория квантовой информации чрезвычайно интенсивно развивается в последнее десятилетие в связи с проблемами квантовой нелокальности. Квантовая нелокальность – удивительное явление, которое можно кратко определить так: существуют системы, находящиеся в чистом состоянии, в то время, как их подсистемы – в смешанном. Не менее удивительны и свойства квантовой информации. Так, условная энтропия здесь может быть отрицательна, а информация – больше безусловной энтропии, именно:

$$0 \leq I_{xy} \leq 2\ min\ (H(X),\ H(Y)).$$

Отсюда возникают совершенно необычные неклассические связи между процессами

Вернёмся к классической информации. Мерой неопределенности классической информации *X* является энтропия Шеннона *H*(*X*). Если *Y* - известная (уже переданная получателю) часть информации, то количество дополнительной информации, которую требуется передать, равно условной энтропии *H*(*X,Y*)-*H*(*Y*), т. е. разности между неопределенностями полной (*X*+*Y*) и уже известной информации (*Y*). Условная энтропия является неотрицательной величиной (H(*X,Y*)-H(*Y*)≥0), т.к. полное сообщение не менее информативно, чем любая его часть. Иначе говоря, количество дополнительной информации, требуемой для расшифровки сообщения, не может быть меньше нуля (здесь можно провести следующую аналогию: в исходе любого события можно быть уверенным максимум на 100%, но никак не более того…).

Совершенно по-другому обстоит дело с квантовой информацией, неопределенность которой количественно определяется энтропией фон Неймана *H(X),* которая представляет собой квантово-механическое обобщение энтропии Шеннона. Формула *H(X,Y)-H(Y)* для объема дополнительной квантовой информации (теперь уже не битов, а кубитов) лишь по форме схожа со своим классическим аналогом. Принципиальное отличие заключается в возможности наличия таких квантовых корреляций между *X* и *Y* («запутанности»), что величина H*(X,Y)-H(Y)* оказывается *отрицательной*. Это означает, что получатель даже части квантовой информации может быть не просто уверен, а даже «более чем уверен», что он владеет всей информацией, и поэтому для расшифровки сообщения не нужно посылать ему дополнительные кубиты.

Мы обычно говорим о детерминированности классического мира и неопределённости мира квантового. С информационной же точки зрения всё оказывается по-другому, причём в квантовом сообщении может быть даже «избыток определенности». Что получателю делать с этой «лишней» определенностью? Он может, например, сохранить её (в форме запутанности) «на чёрный день» и затем использовать для уменьшения неопределенности последующих сообщений.

В квантовой теории, информация - количественная величина, характеризующая систему. Это не те сведения, которые мы можем получить о системе, измеряя какие-то другие характеристики объекта, скажем, его массу, скорость и т. д. В квантовой теории речь идет не о любой характеристике, а о конкретной, имеющей строгое определение. В этом случае об информации говорят как об обычной физической величине, которая может принимать различные значения при изменении состояния системы. Подобно тому, как масса тела увеличивается (уменьшается) при наличии массообмена со средой, так и количество информации изменяется, если система взаимодействует с окружением - и всё это объективные процессы, которые не зависят от нашего субъективного мнения. Именно в этом отношении «информация физична». Мера информации (её количественная характеристика) вводится на основе фундаментальных принципов квантовой теории в терминах матрицы плотности. Суть квантовой информации и одновременно её исключительная особенность - в том, что эта физическая величина хорошо подходит на роль «первичной субстанции всего сущего».

Квантовая информация является самой фундаментальной количественной характеристикой системы, поскольку для её определения нет необходимости вводить дополнительные соображения о том, какие ещё физические величины (операторы) характерны для данной системы. Квантовая информация как мера существует всегда, если есть система, независимо от того, в каком состоянии она находится. Информация сама по себе является физической сущностью и существует даже тогда, когда система находится в нелокальном состоянии, поэтому её можно считать «первичной субстанцией», из которой в процессе декогеренции могут «проявляться» локальные объекты. «Информация физична» в прямом смысле - она является источником всех других физических процессов и материальных проявлений, которые могут иметь место в системе.

Отсюда и более высокий статус квантовой информации относительно других физических величин, которые мы могли бы дополнительно привлечь для описания системы. А поэтому выше и значимость закона сохранения квантовой информации по сравнению с другими законами сохранения (массы, энергии, импульса и т. д.).

Квантовая теория информации непосредственно связывает информацию с энергией через энтропию фон Неймана, которую можно считать основной физической характеристикой энергоинформационного процесса. Изменение информации сопровождается изменением энергии, а обмен информацией напрямую связан с обменом энергией (справедливо и обратное) - важный вывод, который сделан в физике квантовой информации.

Итак, благодаря небрежному применению Шенноном термина информационная энтропия, последнюю стали идентифицировать со статистической энтропией. Уравнение, связывающее количество информации о системе, полученное при измерениях, с происходящими при этом изменениями вероятности состояния системы оказалось (с точностью до знака) аналогично выражению для статистической энтропии. Это формальное сходство выражений для термодинамической энтропии и уменьшением количества информации привело к их необоснованному отождествлению. Между тем, информационная энтропия связана с процессом получения информации и не является параметром состояния, в отличие от термодинамической энтропии. Сейчас очевидно, что эти два понятия энтропии являются, несмотря на сходство, явно различимыми, и их отождествление произошло от непонимания. О том, насколько велико это различие, свидетельствует хотя бы тот факт, что термодинамическая энтропия не изменяется в процессе совершения обратимой работы, а дефицит информации - изменяется. Использование одного и того же термина (энтропия) для различных величин лишь вводит в заблуждение.

Дальнейшая экстраполяции понятия энтропии за рамки термодинамических систем - появлению математической, лингвистической, интеллектуальной и т.п. энтропии, что еще более запутало смысл энтропии и привело к невероятному переплетению истины и заблуждений. Среди них - парадокс Гиббса (скачок энтропии при смешении невзаимодействующих газов), парадокс отрицательных абсолютных температур («инверсия» 2-го начала термодинамики), парадокс релятивистских тепловых машин (превышение ими КПД цикла Карно) и т.д. . Однако наиболее тяжелым последствием для естествознания в целом явилось обусловленная этими причинами «абсолютизация» принципа возрастания энтропии, сделавшая её мерой «любой и всякой» необратимости.

5. ВТОРОЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ И ЭНТРОПИЯ

С учётом походов Клаузиса-Кельвина и Больцмана-Планка снова рассмотрим 2-ой закон термодинамики, ввиду его важности для понимания связи термодинамической энтропии со статистической, а информации с негэнтропией.

Как известно, под началами термодинамики подразумевают закон сохранения количества энергии при её взаимопревращениях (первое начало), закон сохранения направления изменения качества (работоспособности, организованности) энергии в сторону деградации (второе начало), закон начала отсчёта процесса деградации (третье начало), а также относительно недавно сформулированный закон синергетики – самопроизвольной самоорганизации энергии, рассматриваемый сейчас как четвёртое начало.

Второе начало термодинамики имеет множество формулировок, но суть всех формулировок одна: неотвратимый естественный рост особой величины – энтропии, характеризующей организацию сущностей. Организация любой сущности – это способ её существования. Энтропия сущности есть мера разнообразия способов её существования, т. е. способов организации. Количественно энтропия сущности пропорциональна логарифму числа способов её существования (закон Больцмана). Чем их больше, тем выше энтропия.

Второе начало вводит фундаментальное понятие - энтропию S и её свойства, не имеющее прототипа в предыдущей истории науки. Хотя речь идёт о «первом принципе», второе начало термодинамики имеет множество формулировок. Приведём некоторые из них.

1. Превращение, единственный конечный результат которого состоит в переводе в работу тепла, извлечённого из источника, который на всём протяжении имеет одинаковую температуру, невозможно (М. Планк).
2. Невозможно при помощи неодушевлённого материального двигателя непрерывно получать работу, только охлаждая какую-либо массу вещества ниже температуры самой холодной части окружающей среды (В. Томсон (Кельвин)).
3. Невозможно построить «вечный двигатель второго рода», т. е. периодически работающую машину, которая производила бы только подъём груза за счёт охлаждения теплового резервуара (В. Оствальд).
4. Тепло не может самопроизвольно переходить от более холодного к более тёплому телу (Р. Клаузиус).
5. Превращение механической работы в тепло может быть полным, однако обратное превращение тепла в работу обязательно должно быть неполным, поскольку всякий раз, когда количество тепла преобразуется в работу, другое количество тепла должно подвергнуться соответствующему компенсирующему изменению (М. Планк).

Эти формулировки строго утверждают, что энтропия - функция состояния системы. Они повторяются в учебниках наиболее часто, хотя именно они наименее специфичны в описании отличия энтропии от переменных, описывающих поля в физике. Поэтому как аксиоматическое утверждение должна быть краткая формулировка: энтропия - функция состояния системы. Тогда утверждения 1 - 5 теряют статус аксиом и становятся строго логически доказуемыми следствиями аксиомы о том, что энтропия есть функция состояния системы. Именно так формулирует второе начало термодинамики А. Зоммерфельд в своём классическом учебнике, разбивая свою формулировку на две части.

6. Каждая термодинамическая система обладает функцией состояния, называемой энтропией. Энтропия вычисляется следующим образом. Система переводится из произвольно выбранного начального состояния в соответствующее конечное состояние через последовательность состояний равновесия; вычисляются все подводимые при этом к системе порции тепла dQ, делятся каждая на соответствующую ей абсолютную температуру T и все полученные таким образом значения суммируются. (Первая часть второго начала термодинамики.). При реальных (не идеальных) процессах энтропия замкнутой системы возрастает. (Вторая часть второго начала термодинамики). (А. Зоммерфельд).

В такой формулировке первое предложение этой аксиомы утверждает существование тепловой энергии, то есть устанавливает свойство энтропии общее со свойствами переменных, описывающих все другие потенциальные поля, для которых справедливо понятие энергии. Дальнейшее в первой части аксиомы Зоммерфельда определяет конкретный вид энтропии как функции состояния. Он задан путём описания процедуры, эквивалентной введению температуры как интегрирующего множителя в виде

$$dS = dQ/T \qquad (34)$$

Энергия в неадиабатических процессах квантуется. Неявной констатацией этого факта в формулировке Зоммерфельда является специальная приближённая форма процедуры, описывающей переход системы между её состояниями. Энтропия есть функция состояния системы, а тепло - нет. Формула (34) отражает обычные в математике преобразования, когда с помощью интегрирующего множителя произвольную функцию приводят к виду функции состояния. В этой процедуре (как она формулируется у Зоммерфельда и используется при описании цикла Карно в любом учебнике) есть существенная особенность, которая в другой форме отображает сделанное выше замечание о квантовании.

Отец Сади Карно, образованный человек и активный деятель Французской революции, Лазарь Карно сделал работу о к.п.д. обычных механических машин. В ней он показал, что максимум их к.п.д. достигается тогда, когда в машине отсутствуют удары механических деталей друг о друга, т. е. тогда, когда механические процессы обратимы. Идея безударности, обратимости была понята и использована в работе Сади Карно. Для того, чтобы обеспечить безударность, цикл Карно должен быть представлен как сумма бесконечно малых обратимых циклов. Этот факт отображён в формулировке 6 упоминанием о последовательности состояний равновесия. Такое разбиение подразумевает существование нулевого предела для «толщины элементарных циклов», т. е. нулевого предела приращений энергии. В строгом виде такой предел невозможен. Не случайно в формулировке 6 Зоммерфельда нет упоминания о предельном переходе. Ошибки в формулировке Зоммерфельда нет, но в ней присутствует умолчание.

Свойства энтропии по отношению к её приращениям выводит на первый план формулировку второго начала термодинамики, принадлежащую К. Каратеодори.

7. В окрестности любого адиабатически достижимого состояния имеются другие состояния, которые нельзя достичь адиабатическим и обратимым путём, то есть либо недостижимые вообще, либо такие, в которые система может попасть лишь в результате необратимого процесса (К. Каратеодори). Эта формулировка

вводит в термодинамику принципиально новое - изменения энтропии в неадиабатических процессах дискретны. Вот почему Зоммерфельд (цитирующий формулировку Каратеодори 7 в той же книге, в которой он приводит свою формулировку 6), умалчивает в своей формулировке о предельном переходе. Как всегда, обман природы не проходит.

8. В адиабатических процессах энтропия или увеличивается или остаётся неизменной. (Эпштейн).

Существуют формулировки второго начала термодинамики, которые вводят в аксиоматику термодинамики утверждение о детерминизме состояния максимума энтропии и его связи с равновесием.

9. Природа стремится к переходу от менее вероятных состояний к более вероятным (Л. Больцман).

10. Для равновесия любой изолированной системы необходимо и достаточно, чтобы во всех возможных изменениях состояния системы, при которых не изменяется её энергия, изменение её энтропии было бы нулевым или отрицательным (Дж. Гиббс).

11. Состояние с максимальной энтропией - наиболее устойчивое состояние для изолированной системы (Э. Ферми). Строго говоря, такие утверждения есть следствие процедуры нормировки энтропии, то есть установления связи количества энергии с количеством элементов системы и с величиной её энтропии. Утверждение о том, что энтропия характеризует максимум вероятности состояния системы есть главное в формулировках свойств энтропии у Больцмана 9 и Гиббса 10. Больцман впервые вводит определение энтропии в форме, уточнённой Планком:

$$S = KlnW, \qquad (35)$$

где под знаком логарифма число возможных состояний системы. Гиббс нашёл для энтропии форму

$$S = -KlnP, \qquad (36)$$

где под знаком логарифма вероятности состояний системы. Это определение энтропии подразумевается и в формулировке Ферми. Разные знаки в этих формулах вызваны тем, что числа состояний больше единицы, а вероятности состояний - меньше единицы. Однако это не противоречит положительной определённости энтропии.

Первичную формулировку второго начала термодинамики у Карно можно представить в виде:

12. Максимальный к.п.д., теоретически возможный для тепловых машин, определяется лишь предельными температурами, между которыми работает машина, но не зависит от природы её рабочего тела (С. Карно). Эта формулировка означает, что рабочим телом при преобразовании тепла в работу является энтропия как мера информации, т.е. информация - физическая переменная. Наиболее фундаментальными в масштабе науки в целом среди формулировок второго начала термодинамики являются те утверждения, в которых свойства энтропии связывают со свойствами времени и Вселенной в целом.

13. Энтропия - стрелка, отмеряющая время (А. Эддингтон).

14. Энергия Вселенной постоянна; энтропия же стремится к максимуму (Р. Клаузиус).

15. В природе каждый физический или химический процесс происходит таким образом, чтобы увеличить сумму энтропий всех тел, участвующих в этом процессе. В пределе, то есть для обратимых процессов, эта сумма энтропий остаётся постоянной (М. Планк).

Эти формулировки второго начала термодинамики о связи энтропии с направлением времени и о роли энтропии в определении направления самопроизвольных процессов в наглядном виде трудно сопоставимы с экспериментами. Именно здесь возник пробел существующей аксиоматики термодинамики. Время необратимо. Определение необратимости времени явно, бесспорно (как это подчеркнул Эддингтон в 13) выражают свойства энтропии как физической переменной. Однако в общепринятом математическом аппарате оси пространственных координат и ось времени тождественны по своим свойствам относительно изменения направления отсчёта вдоль них. В той же мере, в какой невозможны «вечные двигатели», ось координат, математически описывающая время, должна быть отлична от других математических осей. В математике известна только одна система неравноправных осей координат - функции комплексного переменного. Для них неравноправие осей координат отражает мнимая единица. Время в таком фундаментальном виде в термодинамике не вводится. Но аксиоматически свойство необратимости времени отражает энтропия. Поэтому больцмановская процедура нормировки энтропии, устанавливающая количественно её свойства как характеристики максимума вероятности состояния системы приводит к необходимости использовать функции комплексного переменного.

Отдельно нужно остановиться на формулировке Клаузиуса 14. Именно она первично вводит понятие о «тепловой смерти Вселенной». Концепция «тепловой смерти» сейчас не упоминается серьёзными научными работниками. Однако альтернативы ей в современной науке нет. На вопрос - как и почему в природе может происходить развитие, преодолевающее «тупик равновесия» внятного ответа до сих пор нет.

Если понимать формулировки второго начала термодинамики как отображение разных свойств энтропии, то в таком смысле можно предложить ещё одну частную формулировку второго начала термодинамики.

16. Энтропия есть мера системы в фазовом пространстве, которая (по аналогии с увеличением размеров при расширении объёмов в трёхмерном пространстве), стремится к максимуму, совместимому с условиями, в которых находится система. (А. Хазен).

В дополнение к определениям энтропии на основе числа возможных состояний системы или вероятностей состояний, или с помощью интегрирующего множителя существует определение энтропии, использующее функцию распределения *f*. Его ввёл А. Эйнштейн:

$$S = f\,ln(f)$$

Аналогичное определение на основе вероятностей состояний использовал в своих работах Шеннон.

Отметим, что исторически термодинамика возникла как наука об общих связях тепловых процессов с механикой. Однако в современной физике уже давно её роль намного шире. Привычное название - второе начало термодинамики - оказывается неоправданно узким.

Одна из современных попыток определения 2-го закона термодинамики выглядит так:

I. Существует иерархическая функция состояния системы - энтропия-информация, определённая в фазовом пространстве для заданных признаков и условий элементов системы, которую можно выразить в двух равноправных формах: $S = K(k)lnP(k)$ или $S = -K(k)lnW(k)$ - мера количества информации (мера фазового пространства) в пределах заданных признаков и условий для наиболее вероятного состояния системы из многих элементов, а множитель К - адиабатический инвариант данного иерархического уровня системы - единица измерения энтропии-информации с размерностью действия. Физическая система, не содержащая информации о себе самой, не может реализоваться.

II. Энтропия-информация есть характеристика максимума вероятности состояния системы, которая нормирована по отношению к энергии и к числу элементов системы, что определяет её как мнимую составляющую энтропии-информации в виде функции комплексного переменного. Энтропию-информацию порождает процесс синтеза информации - запоминание случайного выбора, в котором критерии запоминания (устойчивости) зависят от экстремумов энтропии-информации и её производства. В общем виде они заданы в комплексной плоскости. Вечное равновесие невозможно. Случай синтеза информации об адиабатических инвариантах системы описывает принцип максимума производства энтропии-информации (максимума способности к превращениям). Он определяет условия разрушения равновесия и перехода к следующей ступени иерархии роста энтропии-информации. Направление самопроизвольных процессов задают экстремумы комплексной энтропии-информации.

III. Энтропия-информация может суммироваться при разных входящих в её определение признаках и условиях, учитывая уравнения связи их между собой. Для любых, входящих в определение энтропии-информации признаков и условий, существует свой нуль отсчёта, который зависит от них. Энтропия-информация есть положительно определённая переменная, однако существование разных нулей отсчета разрешает в конкретных задачах использовать ее с отрицательным знаком. (А. Хазен).

IV. Существует функция состояния системы - энергия. Энергия может быть представлена как сумма разных её форм. Существует форма энергии - тепловая энергия (или в более общем виде - информационная энергия), которая выражается произведением температуры на энтропию. В его составе энтропия определена аксиомами I - III, а температура есть обратный масштаб измерения времени в замкнутой системе. Время в замкнутой системе и время как причина существования энергии являются разными переменными. Время в замкнутой системе обратимо. Время как источник энергии необратимо. Сохранение величины суммы форм энергии (закон сохранения энергии) есть следствие однородности времени. Энергия системы изменяется в результате взаимодействия системы с окружением. Идеализация в виде замкнутой системы в любой точке своей границы находится в статическом и динамическом равновесии с окружением. (А. Хазен).

Если рассматривать второе начало с точки зрения направленности движения молекул, то оно утверждает, что в замкнутой системе с течением времени любое одинаково направленное коллективное движение молекул в конечном итоге перейдет в хаотическое. А это уже сфера действия информации: информация управляет энергией, а потому вопросы превращения энергии и противодействия разрушающему действию второго начала термодинамики нельзя рассматривать без их информационного характера.

Покажем на примерах эту роль информации. Одним из важнейших принципов, вытекающих из второго начала термодинамики является принцип деградации энергии. При этом энергия подразделяется на энергию высокого качества - механическую и электрическую энергии, среднего качества - химическую энергию, и низкого качества - тепловую энергию. Такая классификация определяет способность энергии производить работу, а это означает, что тепловая энергия по сравнению с остальными дает самый низкий коэффициент полезного действия.

Преобразование энергии в тепловой машине происходит за счет информации - специальной конфигурации, которая влечет за собой упорядоченное движение молекул газа (пара). А упорядоченное движение и является материальным источником работы. Чем выше упорядоченность движения молекул, т.е. чем большее количество молекул движется в одном направлении, тем выше КПД совершаемой ими работы. И, наоборот, в замкнутой системе работа не могла совершаться из-за хаотического движения молекул газа, хотя энергия системы это делать позволяла. Энергия механической системы имеет самый высокий КПД именно потому, что в механической системе все молекулы жестко связаны и в процессе выполнения работы движутся однонаправлено.

Все это означает, что для выполнения работы энергетические возможности должны сопровождаться возможностями информационными и всякий процесс совершения работы есть процесс информационного взаимодействия, в котором информация выступает в виде свойства управляющего направленностью движения. Более того, мы можем утверждать, что качество энергии - понятие информационное и характеризует направленность группового движения молекул вещества, участвующих в выполнении работы. Энергия определяет количество работы, информация – качество в виде направленности движения. Но если второе начало термодинамики - это информационный закон, то как быть с формулой энтропии Больцмана-Планка, которая имеет размерность энергии? Прежде всего, отметим статистический характер выражения для энтропии Больцмана-Планка (S) (p - вероятность микросостояний системы или статистический вес; k - постоянная Больцмана), к которому вынужденно должен был прийти Больцман, понимая, что мы совершенно не в состоянии следить за движением отдельных молекул и атомов.

В термодинамике не существует и не может существовать такого понятия как траектория. Именно это заставило физиков в этой отрасли знаний перейти на такие усредненные показатели как температура, количество тепла, давление, исходя из человеческой практики. Но все проявления второго начала термодинамики носят лишь качественный характер. А качество не может быть измерено. Энергетическое измерение в экспериментах было вынужденным. Такое измерение стало возможным только потому, что всякое взаимодействие имеет две стороны - энергетическую и информационную, но информация от энергии не зависит в то время как энергетические возможности при взаимодействии определяются информацией. Информационное толкование второго начала термодинамики позволяет определить её связь с классической механикой, которая казалось навсегда утерянной из-за отсутствия в термодинамике понятия траектории: всякий процесс совершения работы есть процесс информационного взаимодействия, в котором информация выступает в виде направленности движения, выполняя управляющую роль.

Информационная трактовка второго начала утверждает:

В замкнутой системе любое однонаправленное коллективное движение составляющих эту систему элементов не может продолжаться сколь угодно долго и должно перейти в хаотическое движение

Однако поскольку сама информация не зависит от времени, то второе начало в общей теории информации связано с материальным свойством нематериальной информации, с носителем информации, с тем свойством, которое мы назвали памятью. Поэтому более точная информационная трактовка второго начала:

«В природе нет памяти с бесконечным временем существования».

Одно из важнейших следствий второго начала термодинамики говорит о том, что не может существовать сколь угодно длительного прямолинейного движения.

Второе начало термодинамики - всеобщий закон природы, который распространяется на любую физическую систему, в том числе и на стационарные формы существования материи. Ведь стационарная форма существования материи - результат информационного взаимодействия. Направленное движение материальной точки, единичного объекта - это простейший вид существования информации, но он является основой возникновения любой другой формы материального мира.

Еще в XVIII веке П. Мопертюи сформулировал принцип, который называется сегодня принципом наименьшего действия Мопертюи-Лагранжа. П. Мопертюи сформулировал его так: «Природа, производя действия, всегда пользуется наиболее простыми средствами», «количество действия всегда является наименьшим». В термодинамике сформулирован другой принцип – принцип наименьшего рассеяния энергии, Он обоснован в теореме Онсагера - одной из основных теорем термодинамики неравновесных процессов, установленной американским физиком в Л. Онсагером. На основании теоремы Оснагера Пригожиным в 1947 доказана ещё одна теорема термодинамики неравновесных процессов, согласно которой при данных внешних условиях, препятствующих достижению системой равновесного состояния, стационарному (неизменному по времени) состоянию системы соответствует минимум производства энтропии. Если таких препятствий нет, то производство энтропии достигает своего абсолютного минимума - нуля. К этому ряду принципов можно отнести также принцип наименьшего принуждения Гаусса, принцип наименьшей кривизны Герца и рад других принципов физики.

Формирование и движения потока, перемещение материальной точки в потенциальном поле, действие сил, определяющих направленное движение, - всё это говорит о том, что следует рассматривать именно информационную сторону взаимодействия материи. Ведь именно информация управляет и направленностью движения вещества и энергии. Общая теория информации утверждает: существует информационная сторона взаимодействия материи, определяющая направленность движения, и естественным критерием выбора направленности движения является минимум диссипации энергии.

Рассмотрим контактное информационное взаимодействие. В упрощенном виде его можно было бы представить как взаимодействие по методу «ключ-замок». Если конфигурация ключа не соответствует конфигурации внутреннего устройства замка, никакие усилия не помогут замок открыть. Химические реакции в присутствии катализатора или биологические реакции в присутствии ферментов – это тоже пример контактного информационного взаимодействия. Но в этом случае во взаимодействии участвует и вторичная информация взаимодействующих элементов. Участие вторичной информации в таких взаимодействиях наглядно проявляется в физическом взаимодействии, носящим название пристеночного эффекта, который возникает при движении вязкой жидкости со взвешенными частицами, например, крови в сосудах. Такая суспензия обладает замечательным свойством: в узкой зоне около стенок трубы взвешенные частицы отсутствуют, они «знают о присутствии трубы»

Если из атома любого вещества удалить электрон, образуется положительный ион. В нём количество электронов на единицу меньше, чем зарядовое число ядра. Каждый оставшийся электрон в ионе находится в определенном состоянии, и все они подчиняются принципу Паули, по которому не должно быть двух электронов, состояние которых характеризуется одинаковым значением четырех квантовых чисел. Если указанный ион присоединит к себе какой-то оказавшийся по близости электрон, то тот никогда не нарушит принципа Паули, никогда и ни при каких условиях не примет состояния, уже занятого другими электронами. Как он «узнает» о состоянии остальных электронов? Благодаря «получаемой» информации по методу «ключ—замок», только, конечно же, не в буквальном его понимании. Принцип Паули - это принцип информационного взаимодействия в микромире, пространственное ограничение в процессе движения, благодаря действию пространственных сил. Не может быть двух электронов, состояние которых характеризуется одинаковым значением четырех квантовых чисел.

Принцип минимума диссипации энергии – универсальный закон информационного взаимодействия, объясняемый только с позиций общей теории информации.